

Resonanzmoden einer schwingenden Saite



Bildquelle: <https://www.pexels.com/de-de/foto/holz-musik-musikinstrument-saiteninstrument-4809683/>

Klassenstufe	Oberthemen	Unterthemen	Anforderungsniveau	Durchführungsniveau	Vorbereitung
Sek 1	Schwingungen und Wellen	Resonanz	•	•	10 Min.

Aufgabenstellung

Welcher Zusammenhang besteht zwischen der Frequenz und der Spannung einer schwingenden Saite? Wie wirkt sich die Dicke der Saite auf die Frequenz aus? Wie hängen Spannung und Dicke mit der Wellengeschwindigkeit zusammen?

1. Zielsetzungen

- Bestimmen Sie den Zusammenhang zwischen der Spannung einer schwingenden Saite und der Frequenz des erzeugten Tons.
- Entdecken Sie, wie die Dicke einer schwingenden Saite die Frequenz des erzeugten Tons beeinflusst.
- Verstehen Sie, wie Spannung und Dicke mit der Wellengeschwindigkeit zusammenhängen.
- Konfigurieren Sie, anhand der experimentell ermittelten Beziehungen eine schwingende Saite, die eine gewünschte Frequenz erzeugt.

2. Materialien und Ausrüstung

- Duo Monochord
- Smart Schallsensor
- SPARKvue
- Hakengewichte

3. Sicherheit

Halten Sie Füße und Körper aus dem Bereich unter der hängenden Masse heraus. Es ist möglich, dass die Schnur reißt und die Masse auf den Boden fällt. Zum Schutz des Bodens sollte eine Schaumstoffunterlage, eine umgedrehte Kiste oder etwas Ähnliches unter die Masse gelegt werden. Diese Gefahr kann vermieden werden, wenn die Masse an einer Schlaufe aus starker Schnur so aufgehängt wird, dass sie sich nur wenige Zentimeter über dem Boden befindet.

4. Versuchsablauf

1. Legen Sie das Sonometer so auf Ihren Labortisch, dass das Ende mit den 2 L-förmigen Hebeln an der Kante liegt. Jeder Hebel sollte über den Boden ragen, aber die Füße sollten mindestens einen Zentimeter von der Kante entfernt sein. Wenn das Sonometer wackelt, passen Sie die Höhe der Füße an, indem Sie sie nach innen oder außen drehen. Siehe Abbildung 1.

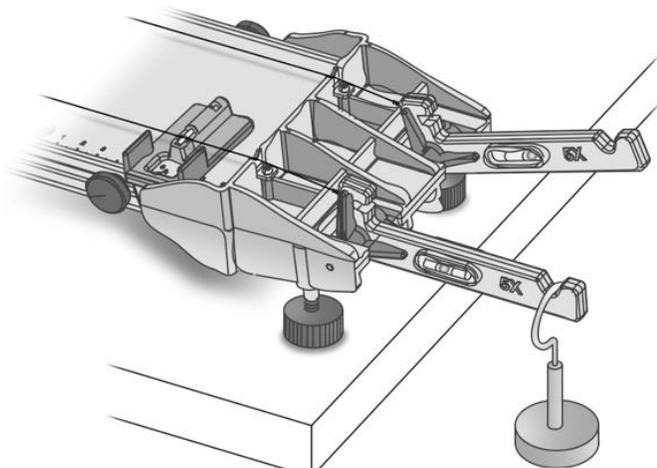


Abbildung 1

- Legen Sie einen der Gleitbünde unter die dickere Saite am Ende mit den Hebeln. Vergewissern Sie sich, dass die erhöhte Kante des Sonometers in den Schlitz des Bunds passt. Der Bund sollte bündig mit der Oberfläche abschließen und sein Metallstab die Saite berühren. Erkundigen Sie sich bei Ihrem Lehrer nach dem Wert für die dicke Saite. Es sollte eine dreistellige Zahl sein, die mit einem Dezimalpunkt beginnt. Schreiben Sie sie unten auf. Siehe Abbildung 1.

Pegel = _____

- Hängen Sie die kg-Masse 0,5 vorsichtig an den Hebel, der mit der dickeren Schnur verbunden ist. Der Aufhänger für den geschlitzten Massensatz wiegt selbst 0,5 kg. Achten Sie darauf, dass die Schnur an beiden Enden des Sonometers in der V-Kerbe sitzt. Siehe Abbildung 2.
- Drehen Sie langsam den Knopf unter dem Pfosten am anderen Ende des Sonometers, bis die Libelle im Hebel anzeigt, dass er waagrecht ist. Siehe Abbildung 2.

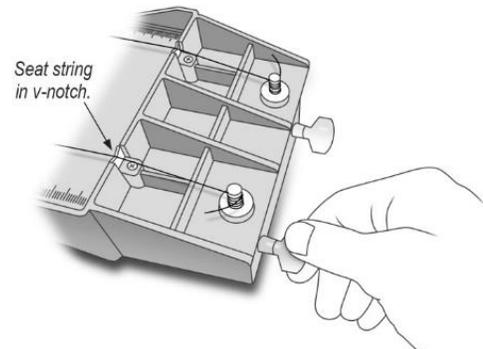


Abbildung 2

- Untersuchen Sie den Hebel, an dem die Schnur und die hängende Masse befestigt sind, genauer. Die Spannung (FT) in der Schnur und das Gewicht der hängenden Masse erzeugen beide ein Drehmoment um den Drehpunkt des Hebels. Wenn sich der Hebel im Gleichgewicht befindet, wie groß sind diese Drehmomente im Vergleich?

5. Daten sammeln

- Der Ort, an dem die Saite die Kraft auf den Hebel ausübt, liegt 5-mal näher am Drehpunkt als der Ort, an dem die hängende Masse ihre Kraft ausübt. Da das Drehmoment aus der Saitenspannung (FT) und dem hängenden Gewicht gleich sein muss, wie verhält sich die Spannkraft in der Saite zum Gewicht der hängenden Masse? Angenommen, die Kräfte wirken senkrecht zum Hebel. Berechnen Sie das Gewicht der 0,5 kg schweren hängenden Masse und die Spannung in der Schnur. Zeigen Sie Ihre Arbeit unten und tragen Sie die Spannung in Tabelle 1 ein. Vervollständigen Sie die Zeile Spannung (FT) in Tabelle 1 für die anderen Massen.
- Die Länge der schwingenden Saite kann durch Verschieben des Bunds entlang des Sonometers verändert werden. Im Fenster des Bunds befindet sich eine Kerbe, die die Länge anzeigt. Schieben Sie den Bund so, dass die Länge 45 cm beträgt.
- Zupfen Sie die Saite in der Mitte mit dem Sonometer-Pick leicht an. Der Ton, den Sie hören, wird durch die schwingende Saite verursacht. Die Frequenz (f) steht in direktem Zusammenhang mit der Tonhöhe des Tons, den Sie hören. Eine Welle mit höherer Frequenz hat eine höhere Tonhöhe. Sagen Sie voraus, was mit der Frequenz passiert, wenn die Spannung (FT) in der Saite erhöht wird. Wird die Frequenz steigen, sinken oder gleichbleiben?

9. Starten Sie Ihr Datenerfassungssystem und verbinden Sie den Smart Schallsensor. Erstellen Sie eine FFT-Anzeige. Stellen Sie die x-Achse so ein, dass sie einen Frequenzbereich von Null bis etwa 100 Hz anzeigt.
10. Platzieren Sie den Klangsensoren so, dass das Ende mit dem Sensor etwa 5 cm von der Mitte der Saite entfernt ist. Sie können ihn auf Bücher oder etwas anderes Festes stellen. Alternativ können Sie den Griff mit Gewinde und die rechtwinklige Klemme verwenden, um ihn an einem Ringständer zu befestigen.
11. Starten Sie die Datenerfassung und beobachten Sie die FFT-Anzeige, während Sie die Saite zupfen. Wenn die Datenerfassungssoftware eine Meldung ausgibt, dass sie mit der Aufzeichnung nicht Schritt halten kann, wechseln Sie in den schnellen Monitormodus. Sie sollten ein Balkendiagramm sehen, das erscheint und wieder verschwindet, wenn der Ton abklingt. Stellen Sie die y-Achse so ein, dass der höchste Balken mindestens die Hälfte des Diagramms erreicht.

12. Zupfen Sie vorsichtig an der Saite. Sobald Daten erscheinen, beenden Sie die Aufnahme. Es sollte ähnlich aussehen wie die in *Abbildung 3* gezeigten Beispieldaten. Möglicherweise müssen Sie die Aufnahme mehrmals wiederholen, weil der Ton schnell verblasst. Beachten Sie, dass mehrere Frequenzen vorhanden sind, von denen einige von Hintergrundgeräuschen stammen. Die Grundfrequenz (f) liegt in diesem Diagramm bei etwa 150 Hz. Die beiden größten dargestellten Frequenzen sind Vielfache der Grundfrequenz und werden als Oberwellen bezeichnet.

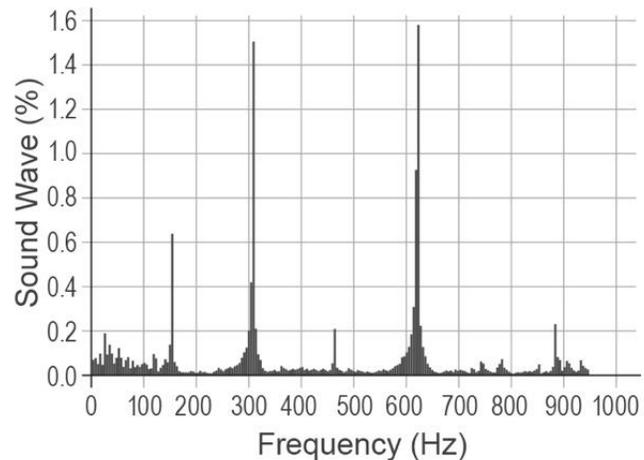


Abbildung 3

13. Verwenden Sie die Werkzeuge des Datenerfassungssystems, um die Grundfrequenz (f) zu messen, und tragen Sie sie in *Tabelle 1* ein. Die harmonischen Frequenzen werden nicht aufgezeichnet, können aber bei starkem Hintergrundrauschen hilfreich sein, um die Grundfrequenz zu ermitteln.
14. Fügen Sie weitere 0,5 kg zum Aufhänger hinzu, stellen Sie den Knopf so ein, dass der Hebel waagrecht ist, und wiederholen Sie die letzten beiden Schritte. Fügen Sie weiterhin 0,5 kg hinzu, bis die Datentabelle vollständig ist. Achten Sie darauf, dass der Hebel jedes Mal waagrecht ausgerichtet wird. Entfernen Sie den Massenaufhänger vom Hebel, wenn Sie mit der Datenerfassung fertig sind.

6. Datenanalyse

Tabelle 1: Spannungs- und Frequenzdaten

Hängende Masse (kg)	F_{τ} (N)	f (Hz)
0,5		
1,0		
1,5		
2,0		
2,5		
3,0		

7. Fragen zur Analyse

- Überprüfen Sie Ihre Vorhersage, was mit der Frequenz (f) passieren würde, wenn die Spannung erhöht wird. Hatten Sie Recht? Überprüfen Sie Tabelle 1: Verdoppelt sich die Frequenz, wenn die Spannung verdoppelt wird? Verdreifacht sie sich, wenn die Spannung verdreifacht wird?
- Sagen Sie die Form eines Diagramms mit F_{τ} auf der y-Achse und f auf der x-Achse voraus. Schreiben Sie Ihre Vorhersage unten auf und verwenden dann das Datenerfassungssystem, um ein Diagramm mit F_{τ} auf der y-Achse und f auf der x-Achse unter Verwendung der Daten aus Tabelle 1 zu erstellen.
- Überprüfen Sie Ihre Vorhersage für die Form des Diagramms. Erläutern Sie im Folgenden, warum Ihre Vorhersage erfolgreich war oder warum sie falsch war.
- Verwenden Sie die Werkzeuge des Datenerfassungssystems, um eine der Variablen Ihres Diagramms so zu verändern, dass ein lineares Diagramm entsteht. Versuchen Sie, sie zu quadrieren usw., bis sich eine gerade Linie ergibt. Welche Größen ergaben eine gerade Linie, wenn sie grafisch dargestellt wurden?
- Ein Satz von Variablen, der ein geradliniges Diagramm ergibt, ist F_{τ} vs. f^2 . Verwenden Sie die Werkzeuge des Datenerfassungssystems, um ein Diagramm zu erstellen, bei dem F_{τ} auf der y-Achse und f^2 auf der x-Achse. Ermitteln Sie die Steigung Ihrer Linie und geben Sie den Wert und die Einheiten unten an.
- Hängen Sie 1,0 kg an den Hebel der dicken Saite und nivellieren Sie diese. Legen Sie den zweiten Bund unter die dünne Saite, hängen Sie 1,0 kg an ihren Hebel und nivellieren Sie ihn. Vergewissern Sie sich, dass beide Saiten in den V-Kerben an beiden Enden sitzen. Bewege jeden Bund in die 45-cm-Position. Bestimme die Frequenz der dünnen Saite im Vergleich zur dicken Saite. Wird die Frequenz zunehmen, abnehmen oder gleichbleiben? Schreiben Sie Ihre Vorhersage unten auf, zupfen Sie dann jede Saite an und höre zu. War deine Vorhersage richtig?
- Da jedes Ende der Saite ein Knotenpunkt ist, beträgt die Länge der Saite die Hälfte der Wellenlänge (λ) der Grundfrequenz (f). Beide Saiten haben die gleiche Wellenlänge und die gleiche Spannung. Wie groß ist ihre Wellenlänge in Metern? Der Grund für die unterschiedliche Frequenz ist die Dicke der Saite. Diese wird gewöhnlich als lineare Massendichte (μ) bezeichnet. Sie ist die Masse pro Längeneinheit der Saite. Da beide

aus demselben Material (Stahl) bestehen, hat die dünne Saite einen niedrigeren μ -Wert als die dickere Saite. Nimmt die Frequenz mit einer Abnahme der linearen Massendichte (μ) ab oder zu?

8. Die Geschwindigkeit der Welle lässt sich ermitteln, indem man die Zeit misst, die eine Wellenlänge (λ) benötigt, um einen bestimmten Punkt zu passieren. Die Zeit für den Durchgang einer Wellenlänge wird als Periode (T) bezeichnet. Die Wellengeschwindigkeit (v) ist gegeben durch die Gleichung $v = \lambda/T$. Diese Gleichung wird in der Regel in Abhängigkeit von der Frequenz der Welle aufgestellt. Die Periode in Abhängigkeit von der Frequenz ist durch die Gleichung $T = 1/f$ gegeben. Schreiben Sie die Gleichung für die Wellengeschwindigkeit v in Abhängigkeit von λ und f auf. Bestimmen Sie die Wellengeschwindigkeit der dickeren Saite für die niedrigste und die höchste Spannung unter Verwendung der Frequenzwerte in Tabelle 1. Was lässt sich aus der Geschwindigkeit der Welle in der Saite und der Spannung schließen? Zeigen Sie Ihre gesamte Arbeit unten.
9. Das Diagramm der Daten in Tabelle 1 zeigt, dass f^2 proportional zu F_T ist. Das bedeutet auch, dass f proportional ist zu $\sqrt{F_T}$. Die dünne Saite zeigt, dass mit abnehmender linearer Massendichte μ die Frequenz zunimmt. Wären mehr Saiten zu testen, würde die Analyse zeigen, dass f proportional ist zu $\frac{1}{\sqrt{\mu}}$. Diese Beziehungen wären exakt, wenn wir f durch die Wellengeschwindigkeit ersetzen würden: $v = \sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$. Verwenden Sie Ihre Gleichung für v von oben und diese Gleichung, um eine Gleichung zu schreiben für F_T in Form von μ , λ , und f unten. Zeigen Sie Ihre gesamte Arbeit.
10. Die obige Gleichung ist die Gleichung für den Graphen von F_T gegen f^2 . Wir wissen, dass es sich um eine gerade Linie handelt. Wie lautet die Steigung dieser Geraden in Bezug auf μ und λ ? Verwenden Sie den Wert für die Steigung des F_T vs. f^2 Graphen, um zu lösen für μ der dicken Schnur. Zeigen Sie Ihre gesamte Arbeit unten und geben Sie die Einheiten an.
11. Prüfen Sie den Wert für μ anhand der Stärke der dicken Saite und der Dichte des Stahls. Die Dicke ist der Durchmesser der Schnur in Zoll. Da 1 Zoll = 2,54 cm, lösen Sie für den Radius der Saite in Metern.
12. Die Dichte von Stahl beträgt 8050 kg/m^3 . Die lineare Massendichte μ ist die Masse in kg für jeden Meter der Schnur. Angenommen, die Schnur hat eine zylindrische Form, dann löse für μ der dicken Schnur unten. Zeigen Sie Ihre gesamte Arbeit. Ihr Wert sollte nahe an dem Wert liegen μ Wert, der sich aus der Steigung des Diagramms ergibt. Wenn nicht, überprüfe deine Arbeit.
13. Verwenden Sie Ihre Gleichung für den Graphen von F_T vs f^2 und anderer Gleichungen in diesem Labor die Länge der dicken Schnur, die eine Frequenz erzeugt, die 50 % größer ist als die höchste Frequenz in Tabelle 1. Nehmen Sie an, dass die Spannung von 3 kg hängender Masse herrührt und verwenden Sie den μ Wert, der sich aus der Steigung des Diagramms ergibt. Zeigen Sie Ihre gesamte Arbeit unten.
14. Testen Sie Ihre Vorhersage, indem Sie die Häufigkeit der vorhergesagten Länge messen. Wie nahe liegt der gemessene Wert an dem gewünschten Wert? Bestimmen Sie den prozentualen Fehler.