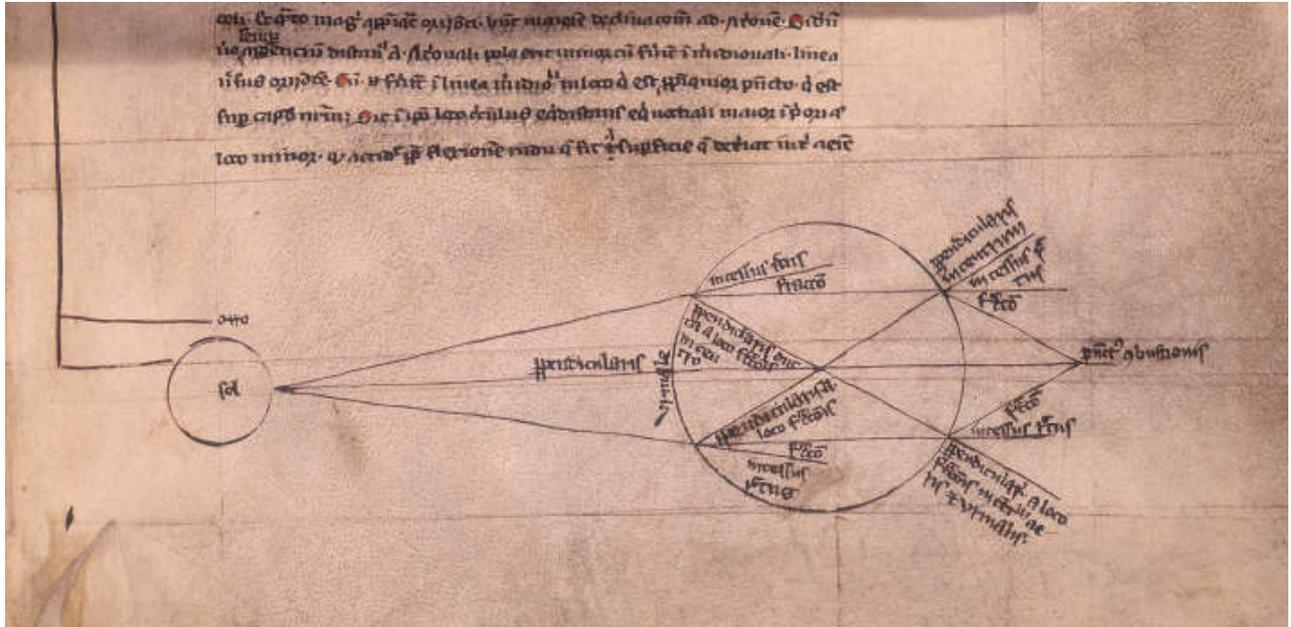


Die Lichtbrechung am gleichseitigen Prisma bei Totalreflexion an der zweiten Grenzfläche

(Verfasser: Prof. Dr. Klaus Dräger)



Roger Bacon : de multiplicatone specierum

Klassenstufe	Oberthemen	Unterthemen	Anforderungs- niveau	Durchführungs- niveau	Vorlauf Vorbereitung Durchführung
S II	Optik	Brechung	● ● ●	■ ■ ■	ca. 50 Minuten

Ein Laser-Lichtstrahl wird auf ein Prisma gerichtet. Eintrittsort und Austrittsort werden beobachtet. In der Messung wird der Einfallswinkel gesucht, bei dem an der zweiten Prismenfläche der Übergang zur Totalreflexion beobachtet wird. Dazu dient eine optische Scheibe mit Koordinatenkreuz und Winketeilung.

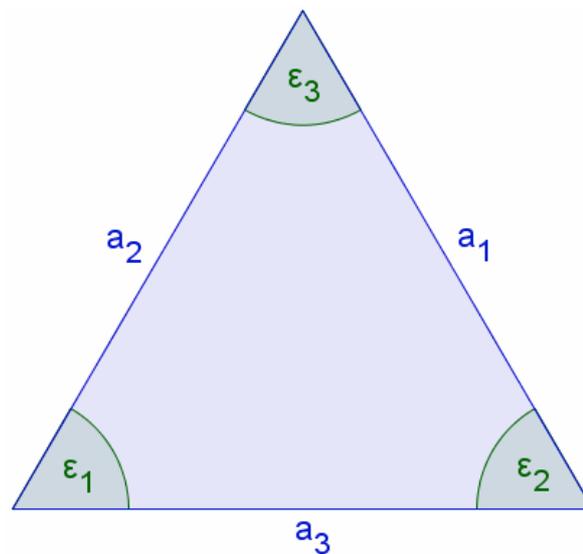
Aus dem Einfallswinkel des Lichtstrahls beim Übergang zur Totalreflexion an der zweiten Grenzfläche wird die Brechzahl ermittelt, die mit den Brechzahlen anderer Materialien verglichen wird. Zur Auswertung muss die Geometrie des Prismas bekannt sein. Sie wird daher noch vor dem eigentlichen Versuch genau vermessen.

Erforderliche Einzelteile für den Versuchsaufbau:

1. Laser, z.B. Laserpointer (Best.-Nr. 100.1480) oder Laser-Einstrahlbox (Best.-Nr. 107.3205)
2. Optische Scheibe mit rechtwinkligem Koordinatenkreuz und Winketeilung (z.B. im Anhang als Kopiervorlage abgedruckt)
3. Gleichseitiges Prisma aus transparentem Material (z.B. Best.-Nr. 104.0760)
4. Kleiner Schirm (ein weißer Pappkarton erfüllt denselben Zweck), um den austretenden Lichtstrahl aufzufangen. (Bei Verwendung der Laser-Einstrahlbox nicht erforderlich, da der Lichtstrahl auf der Unterlage sichtbar ist)

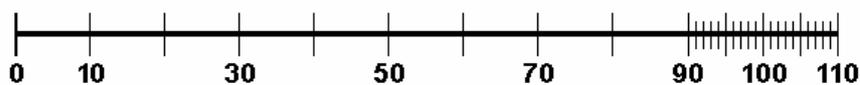
Vorbereitung des Versuches

Genau Bestimmung der Geometrie des optischen Körpers



1. Messung der Seitenlängen

Die linke Ecke wird an Position „0“ angelegt und die rechte Ecke auf der Skala abgelesen.



Ergebnisse

$a_1 = \dots\dots\dots$ Einheiten

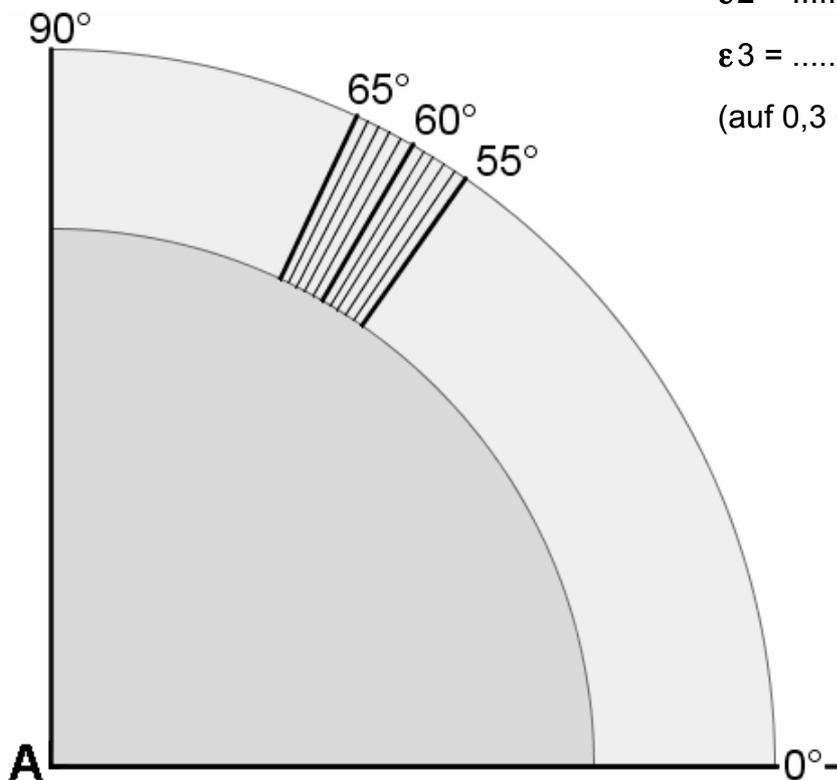
$a_2 = \dots\dots\dots$ Einheiten

$a_3 = \dots\dots\dots$ Einheiten

(auf 0,5 Einheiten genau)

2. Messung der Winkel

Eine Seite des Prismas wird an die 0°-Linie angelegt, so dass die linke Ecke genau auf Punkt A liegt. Dann kann der Winkel auf der Gradeinteilung abgelesen werden.


 $\epsilon_1 = \dots\dots\dots$ Grad

 $\epsilon_2 = \dots\dots\dots$ Grad

 $\epsilon_3 = \dots\dots\dots$ Grad

(auf 0,3 Grad genau)

3. Bewertungsgrundlage zur Geometrie des Dreiecks

1. Mittelwert der Dreiecksseiten

 $a = \dots\dots\dots \pm \dots\dots\dots$ Einheiten

2. Mittelwert aller Winkel

 $\epsilon = \dots\dots\dots \pm \dots\dots\dots$ Grad

Symmetrie des gleichseitigen Dreiecks

1. Die Winkel:

Für die Winkelsumme eines beliebigen Dreiecks gilt:

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = 180^\circ \quad (1)$$

Für den Spezialfall des gleichseitigen Dreiecks ist zu fordern:

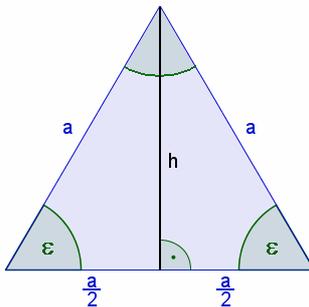
$$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = \varepsilon \quad (2)$$

Aus Gleichung (1) und Gleichung (2) ergibt sich:

$$\begin{aligned} \varepsilon + \varepsilon + \varepsilon &= 180^\circ \\ \varepsilon &= 60^\circ \end{aligned} \quad (3)$$

2. Die Winkelfunktion SIN und COS:

Das Lot h von der Spitze des Dreiecks auf die Basis gefällt, erzeugt zwei gleiche, rechtwinklige Dreiecke, die sich wie Bild und Spiegelbild verhalten.



$$\sin \varepsilon = h / a$$

$$\cos \varepsilon = \frac{a/2}{a}$$

3. Der Satz des Pythagoras

In jedem rechtwinkligen Dreieck gilt für die Dreiecksseiten der Satz des Pythagoras.

Hier lautet er:
$$h^2 + [a/2]^2 = a^2 \quad (4)$$

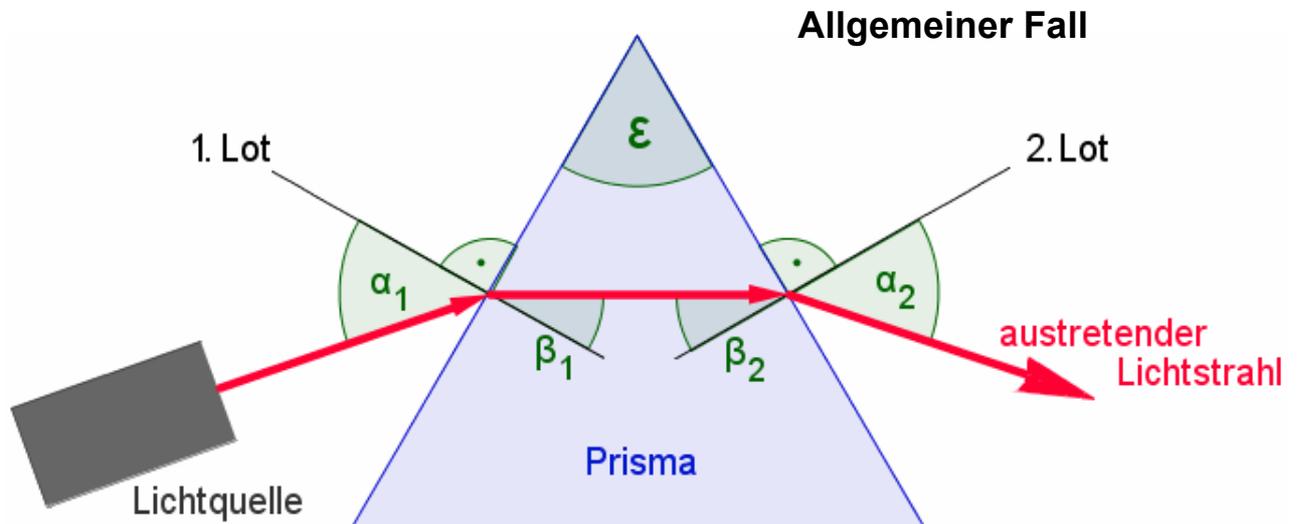
Folge 1:
$$h = 1/2 * \sqrt{3} * a \quad (5)$$

Folge 2:
$$\sin \varepsilon = h / a \quad \Rightarrow \quad \sin \varepsilon = 1/2 * \sqrt{3} \quad (6)$$

Folge 3:
$$\cos \varepsilon = \frac{a/2}{a} \quad \Rightarrow \quad \cos \varepsilon = 1/2 \quad (7)$$

3. Bilanz zur Symmetrie

Gleichgültig, welche Seite des Dreiecks ausgewählt und angelegt wird, es ist nie die falsche sondern immer die richtige.

Der optische Weg durch das Prisma

1. Geometrische Aussagen:

Durch die Spitze des Prismas und den Lichtstrahl (rot) wird ein allgemeines Dreieck gebildet, für dessen Winkelsumme gilt:

$$\varepsilon + (90^\circ - \beta_1) + (90^\circ - \beta_2) = 180^\circ \quad (8)$$

$$\beta_1 + \beta_2 = \varepsilon \quad (9)$$

2. Physikalische Aussagen:

Nach dem Snellius-Brechungsgesetz gilt am Ort des 1. und 2. Lots:

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \beta_1} = n \quad \text{und} \quad \frac{\sin \alpha_2}{\sin \beta_2} = n \quad (10)$$

3. Verknüpfung:

$$n = \sqrt{\sin^2 \alpha_2 + \left[\frac{(\sin \alpha_1 + \cos \varepsilon * \sin \alpha_2)}{\sin \varepsilon} \right]^2} \quad (11)$$

4. Spezialisierung

- a. Totalreflexion an der zweiten Grenzschicht
- b. Gleichseitigkeit des Dreiecks

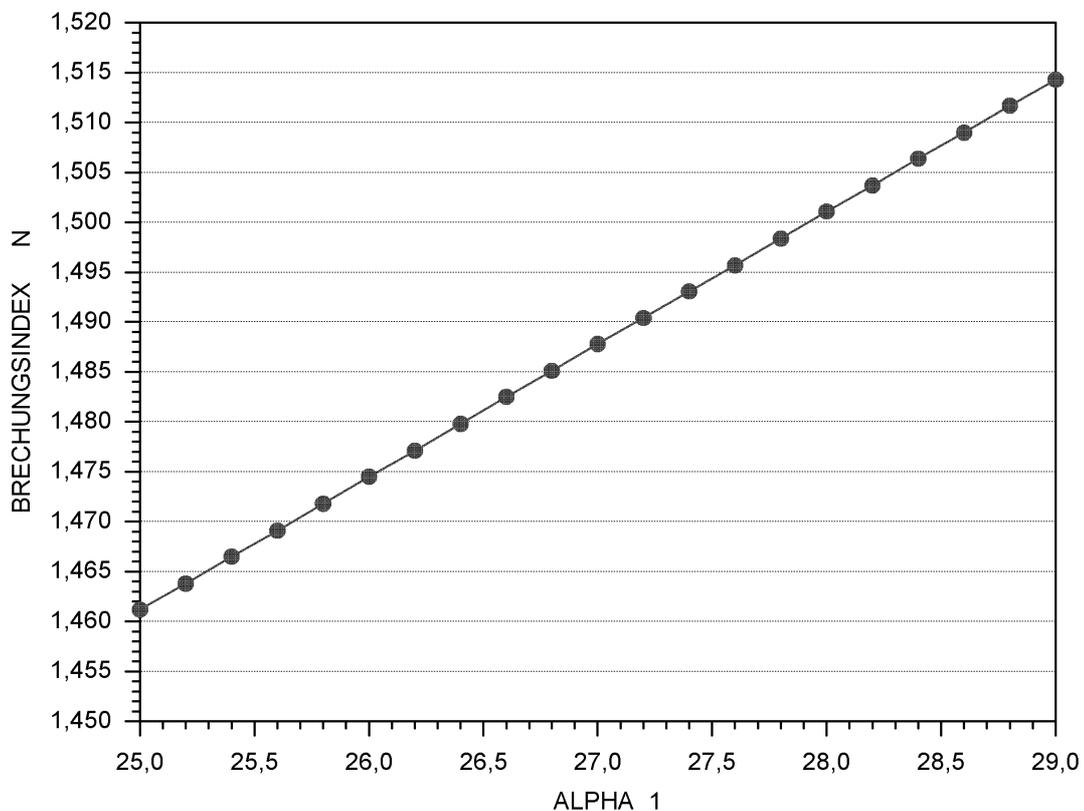
aus a: $\alpha_2 = 90^\circ \Rightarrow \sin \alpha_2 = 1$

aus b: $\varepsilon = 60^\circ \Rightarrow \sin \varepsilon = 1/2\sqrt{3}$

$\Rightarrow \cos \varepsilon = 1/2$

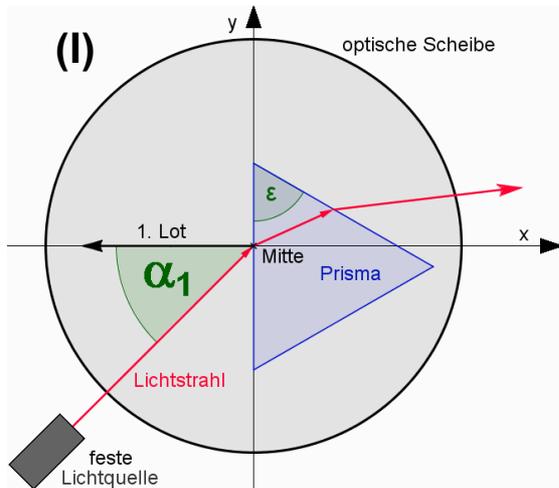
5. Folgebedingung für die Brechzahl

$$n = \sqrt{1 + \frac{4}{3}(\sin \alpha_1 + 1/2)^2} \quad (12)$$

6. Grafische Darstellung der Relation (12)
**Brechungsindex am Prisma
Bei Totalreflexion an Grenzfläche 2**


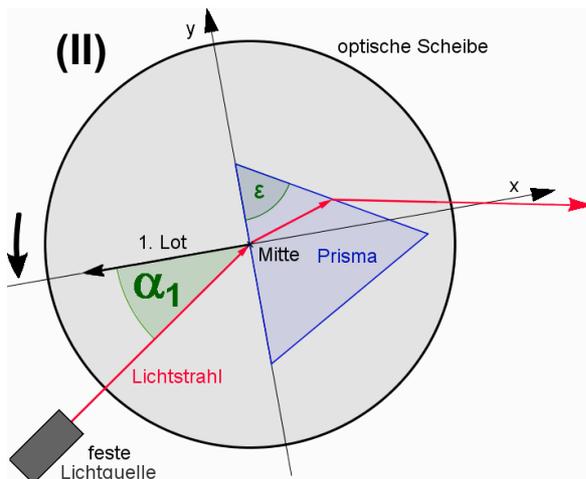
Die Lichtbrechung am Prisma an der Grenze zur Totalreflexion

Grafische Darstellung der Versuchsdurchführung


Ausgangsposition

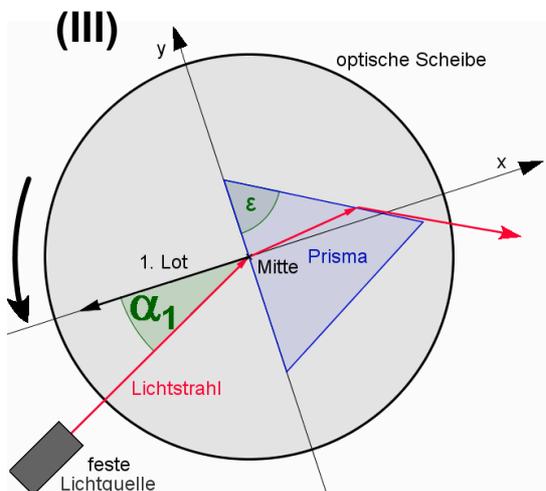
 Bei ortsfester Lichtquelle;
 Lichtstrahl gerichtet auf die Mitte
 der optischen Scheibe

$$\alpha_1 = 45^\circ$$


Zwischenposition

 Nach Drehung der optischen
 Scheibe um ihre Mitte gegen
 den Uhrzeigersinn

$$\alpha_1 = 35,1^\circ$$


Endposition

 Weiterdrehen der optischen
 Scheibe um ihre Mitte bis zum
 Verschwinden des austretenden
 Lichtstrahls

$$\alpha_1 = \dots\dots\dots^\circ (\text{Messwert})$$

**Die Lichtbrechung am gleichseitigen Prisma bei
Totalreflexion an der zweiten Grenzfläche
Versuchsbeschreibung**

1.

Das Prisma wird mit einer seiner drei Seiten exakt an der vertikalen Achse der optischen Scheibe angelegt. Als allgemeine Vorgabe gilt: die obere Dreiecksspitze muss mindestens 1 cm – höchstens aber 7 cm – oberhalb der Scheibenmitte liegen.

2.

Danach wird die Lichtquelle so eingerichtet, dass der Lichtstrahl unter einem Einfallswinkel α_1 von 45° exakt auf die Scheibenmitte weist (I). Der austretende Lichtstrahl wird auf einer als Schirm dienenden hellen Fläche abgebildet; z. B. einer Schachtel.

3.

Die Scheibe wird gegen den Uhrzeigersinn um ihren Mittelpunkt gedreht, bis zu einem Einfallswinkel α_1 von 35° (II). Dabei ist zu beachten:

- a. Die Lage des Prismas auf der Scheibe darf nicht verändert werden. Vorsichtig hantieren!
- b. Nach der Drehung muss die Scheibenmitte wieder exakt auf den Lichtstrahl ausgerichtet werden. Eventuell muss der Schirm nachgerückt werden.
- c. Beobachtung: Gegenüber Punkt (I) hat sich der austretende Lichtstrahl inzwischen stärker gegen die zweite Seitenfläche des Prismas geneigt.

4.

Die Drehung wird vorsichtig weitergeführt, bis der austretende Lichtstrahl gerade von dem nachgerückten Schirm verschwindet (III).

Achtung! Der einfallende Lichtstrahl muss weiterhin genau auf die Mitte der optischen Scheibe weisen.

5. Der Grenzwinkel α_1 für den einfallenden Lichtstrahl wird jetzt von der optischen Scheibe abgelesen.

⇒ Ende des Experiments.

5.

Der Brechungsindex (Brechzahl) kann jetzt entweder mit Gleichung (12)

$$n = \sqrt{1 + \frac{4}{3}(\sin \alpha_1 + 1/2)^2}$$

berechnet oder aus der gegebenen Grafik, welche die Brechzahl in Abhängigkeit vom Grenzwinkel α_1 zeigt, einfach abgelesen werden.

Die Brechzahl des Prismas im Vergleich zu anderen Materialien

1. Feststellung

Die im Versuch ermittelte Brechzahl n gibt im Vergleich mit bereits bekannten Werten einen wichtigen Hinweis auf das Material des gleichseitigen Dreiecks.

Tabelle 1: Brechzahlen einiger Materialien

Material	Brechzahl
Eis	1,30
Flussspat	1,43 ¹
Quarzglas	1,46
Acrylglas	1,49 ²
Leichtkronglas	1,52 ³
Steinsalz	1,54 ⁴
Bleikristall	1,55
Leichtflintglas	1,58 ³
Schwerkronglas	1,62 ³
Korund	1,67
Schwerstflintglas	1,89 ³
Diamant	2,42

¹ Flussspat ist ein Mineral, das in reiner Form zu speziellen Linsen geschliffen wird.

² Acrylglas ist hochtransparent und wird in der Technik oft verwendet: z. B. für Verglasungen, Gebrauchsgegenstände und Brillen.

³ Die Bezeichnungen Leichtkronglas, Leichtflintglas, Schwerkronglas und Schwerstflintglas beziehen sich auf teure Gläser, die in optischen Geräten verwendet werden.

⁴ Steinsalz, kristallines Kochsalz, wird in Infrarot-Geräten verwendet. Um die Haltbarkeit zu verbessern, wird es mit einer hauchdünnen Schicht überzogen.

2. Frage an den Experimentator

Welches Material aus der Tabelle kommt für das untersuchte gleichseitige Dreieck am ehesten in Frage?

Antwort:

Gradscheibe als Kopiervorlage zum Ausschneiden

