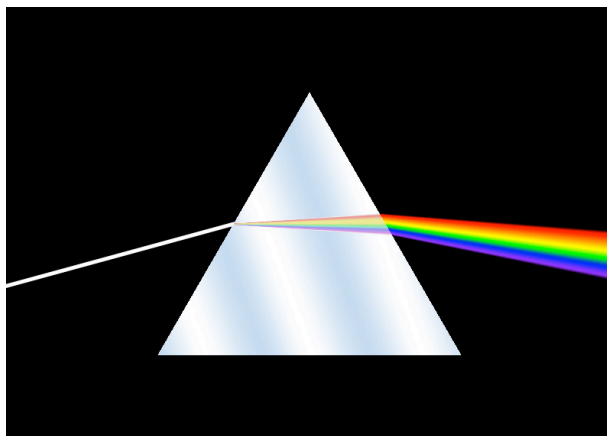


## Lichtbrechung an einem gleichseitigen Prisma Variante 2



Klassenstufe	Oberthemen	Unterthemen	Anforderungs- niveau	Durchführungs- niveau	Vorlauf Vorbereitung Durchführung
SII	Optik	Brechung	● ● ●	■ ■ ■	50 min

*Autor: Prof. Dr. Klaus Dräger*

### Einführung

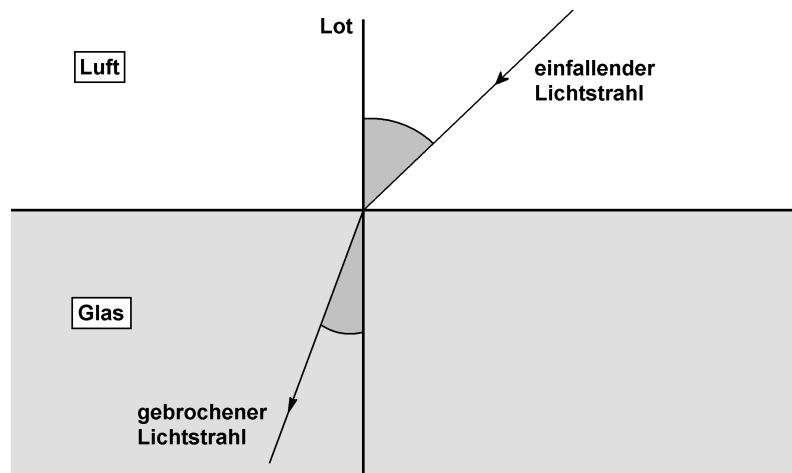
Das erste Experiment zur Bestimmung der Brechkraft eines Acrylglas-Prismas stützt sich aus Praktikantensicht nur auf den Eintrittswinkel  $\alpha$ . Dadurch wird das Experiment eindimensional und leichter überschaubar. Dennoch ist der Versuch nicht trivial, weil in diesem Fall die Totalreflexion über den zu messenden Eintrittswinkel beobachtet und eingestellt werden muss. Leider verschwindet dieser Zusammenhang, sobald die Lichtquelle abgeschaltet wird.

Das allgemeiner angesetzte zweite Experiment begegnet diesem Nachteil durch Einsatz einer Messvorlage, die den Eintrittswinkel durch eine vorgegebene Einstrahlrichtung festlegt. Der Verlauf des austretenden Lichtstrahls wird durch eine vom Praktikanten eigenhändig zu setzende Punktfolge auf die Messvorlage übertragen. Dadurch wird die Aussage des Experiments dokumentiert und über das Abschalten der Lichtquelle hinaus gesichert. Durchführung und Bewertung sind damit nicht nur zeitlich getrennt sondern auch durch die Messvorlage jederzeit präsent.

## Quantitative Auswertung zur Brechkraft eines optisch transparenten Materials

### Definition:

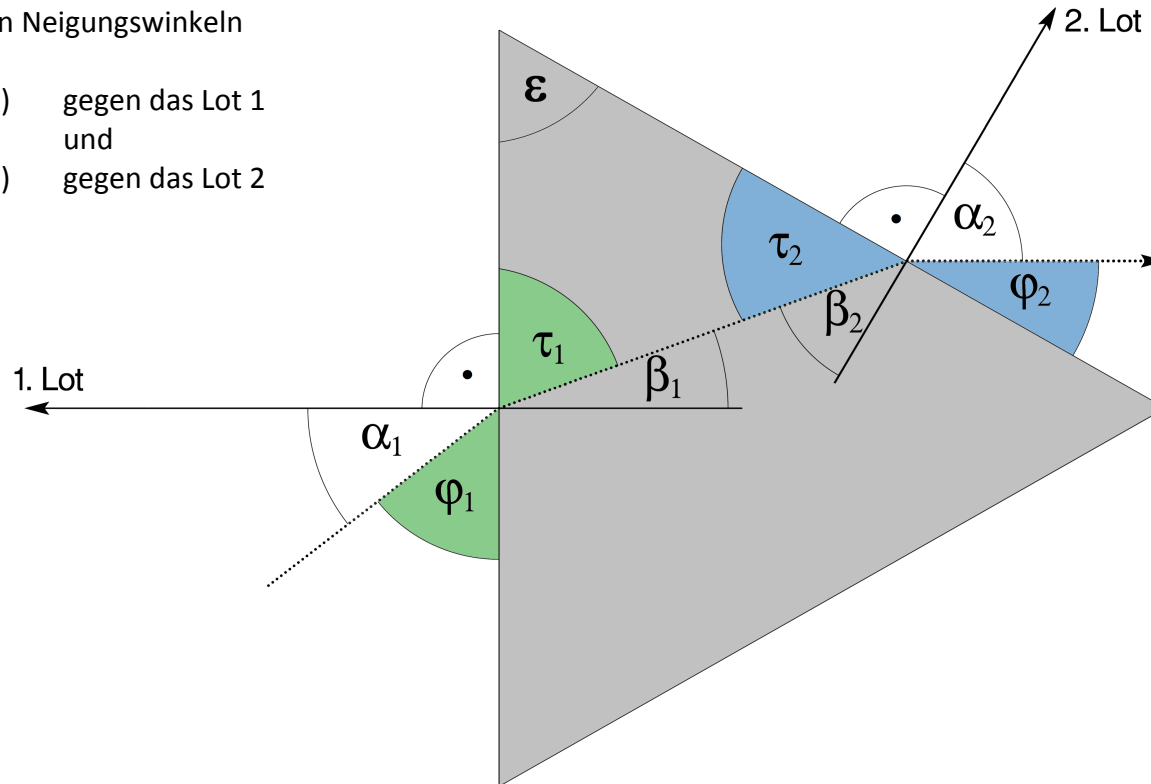
1. Unter der Brechkraft eines optischen Materials versteht man seine Fähigkeit, die Richtung eines vorgegebenen Lichtstrahls beim Überschreiten der Phasengrenze abzulenken. Zeichnet man im Auftreffpunkt des Lichtstrahls das Lot, so wird der gebrochene Strahl zum Lot hin gebrochen. Die Brechkraft wird durch die Konstante  $n$  im Snellius'schen Brechungsgesetz beschrieben. Je größer die Konstante  $n$ , desto größer ist auch die Ablenkung des ursprünglichen Lichtstrahls. Für  $n = 1$  tritt keine Ablenkung ein, es ist der Bezugswert. Alle realen, transparenten Materialien haben einen Wert  $n > 1$ .
2. Die gesamte Ablenkung eines Lichtstrahls, der auf der einen Seite in ein optisches Material eintritt und danach auf der anderen Seite wieder austritt, kann durch die Formgebung des optischen Körpers zusätzlich noch verstärkt und modifiziert werden. Das Wissen zu diesen beiden Sachverhalten bildet die Grundlage zum Entwurf ganz spezieller optischer Körper – unseren Brillen –, mit denen wir vorhandene Augenfehler ausgleichen.



# Auswahl der Winkelpaare zur Lichtbrechung an einem gleichseitigen Prisma

I Mit den Neigungswinkeln

- $(\alpha_1, \beta_1)$  gegen das Lot 1 und
- $(\alpha_2, \beta_2)$  gegen das Lot 2



II Mit den Neigungswinkeln

- $(\varphi_1, \tau_1)$  gegen Seite 1 und
- $(\varphi_2, \tau_2)$  gegen Seite 2

I Das Brechungsgesetz lautet hier:

$$\sin \alpha_1 = n \cdot \sin \beta_1$$

$$\sin \alpha_2 = n \cdot \sin \beta_2$$

Geometrische Verknüpfung:

$$\beta_1 + \tau_1 = 90^\circ$$

$$\beta_2 + \tau_2 = 90^\circ$$

II Das Brechungsgesetz lautet hier:

$$\cos \varphi_1 = n \cdot \cos \tau_1$$

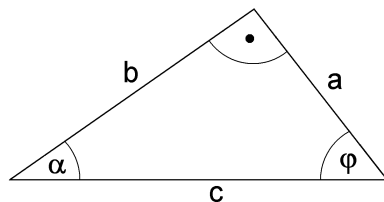
$$\cos \varphi_2 = n \cdot \cos \tau_2$$

## Zur Wahl der optimalen Winkelpaarung

Das Snelliussche Brechungsgesetz mit den üblicherweise auftretenden Winkeln  $\alpha$  und  $\beta$  ist auf die Winkelneigung der Lichtstrahlen gegen die Flächennormale bezogen. Es muss also zunächst dieses Lot im Auftreffpunkt des Lichtstrahls errichtet werden, bevor eine Winkel-messung ausgeführt werden kann. Das ist für eine reine Experimentier-Aufgabe, die an den ebenen Flächen eines Prismas stattfindet, mehr als umständlich. Daher kann hier ohne weitere Maßnahmen der Verlauf der Prismenbegrenzung als Bezugslinie herangezogen werden. Beim einfallenden Lichtstrahl mit der Neigung  $\alpha$  gegen das Lot kann dann gleichwertig die Neigung  $\varphi$  des Lichtstrahls gegen die Seitenlinie gemessen werden. Beide Winkel sind miteinander verknüpft durch:

$$\alpha + \varphi = 90^\circ$$

Geometrisch sind  $\alpha$  und  $\varphi$  daher die Basiswinkel in einem rechtwinkligen Dreieck mit den Katheten  $a$ ,  $b$  und der Hypotenuse  $c$ .



Nach Definition gilt dabei für ein rechtwinkliges Dreieck:

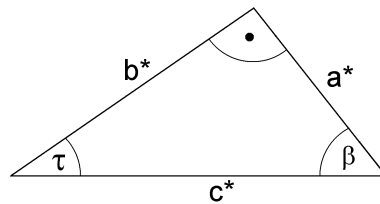
$$\sin \alpha = a/c = \cos \varphi$$

Ganz entsprechendes gilt für die inneren Winkel  $\beta$  und  $\tau$ , denn auch sie sind verknüpft durch:

$$\beta + \tau = 90^\circ$$

Auch für sie lässt sich eine geometrische Darstellung erzeugen mit einem entsprechenden rechtwinkligen Dreieck. Die beiden Katheten lauten hier  $a^*$ ,  $b^*$ , die Hypotenuse ist  $c^*$ .

## Physik: Lichtbrechung an einem gleichseitigen Prisma (Variante 2)



Dann gilt wiederum nach Definition für ein rechtwinkliges Dreieck:

$$\sin \beta = b^*/c^* = \cos \tau$$

Nach diesen Übertragungen von den Winkeln  $(\alpha, \beta)$  auf die Winkel  $(\varphi, \tau)$  wechseln dann die Brechungsgesetze von der **sin**-Funktion zur **cos**-Funktion:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{\cos \varphi}{\cos \tau} = n$$

Die Verknüpfung der beiden separaten Brechungsvorgänge erfolgt dabei über die geometrische Bedingung, dass die Winkelsumme in einem Dreieck  $180^\circ$  beträgt. Aus der Zeichnung liest man dazu direkt ab:

$$\varepsilon + \tau_1 + \tau_2 = 180^\circ$$

Für ein gleichseitiges Prisma folgt daraus sofort:

$$\tau_1 + \tau_2 =$$

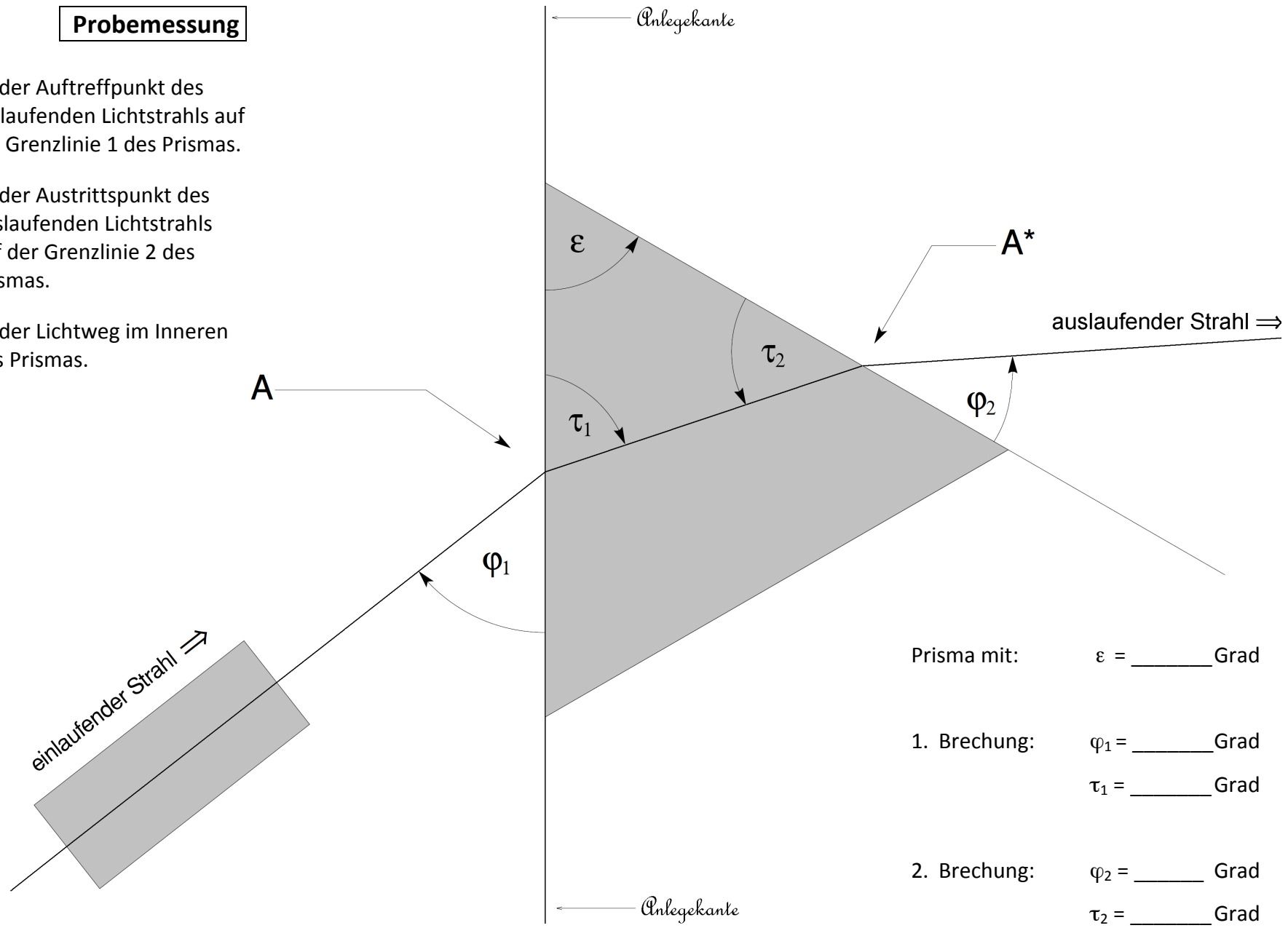
Mit dieser Gleichung und mit etwas Mathematik erhält man dann eine Bestimmungsgleichung für  $n$ , die nur noch die äußeren Winkel enthält:

$$n = \sqrt{\cos^2 \varphi_2 + \frac{4}{3} \left[ \cos \varphi_1 + \frac{1}{2} \cos \varphi_2 \right]^2}$$

# Winkelbezeichnungen entlang des optischen Weges für den zweifach gebrochenen Strahl beim gleichseitigen Prisma

## Probemessung

- A: ist der Auftreffpunkt des einlaufenden Lichtstrahls auf die Grenzlinie 1 des Prismas.
- A\*: ist der Austrittspunkt des auslaufenden Lichtstrahls auf der Grenzlinie 2 des Prismas.
- : ist der Lichtweg im Inneren des Prismas.
- AA\*: ist der Lichtweg im Inneren des Prismas.



Prisma mit:  $\epsilon = \underline{\hspace{2cm}}$  Grad

1. Brechung:  $\varphi_1 = \underline{\hspace{2cm}}$  Grad  
 $\tau_1 = \underline{\hspace{2cm}}$  Grad

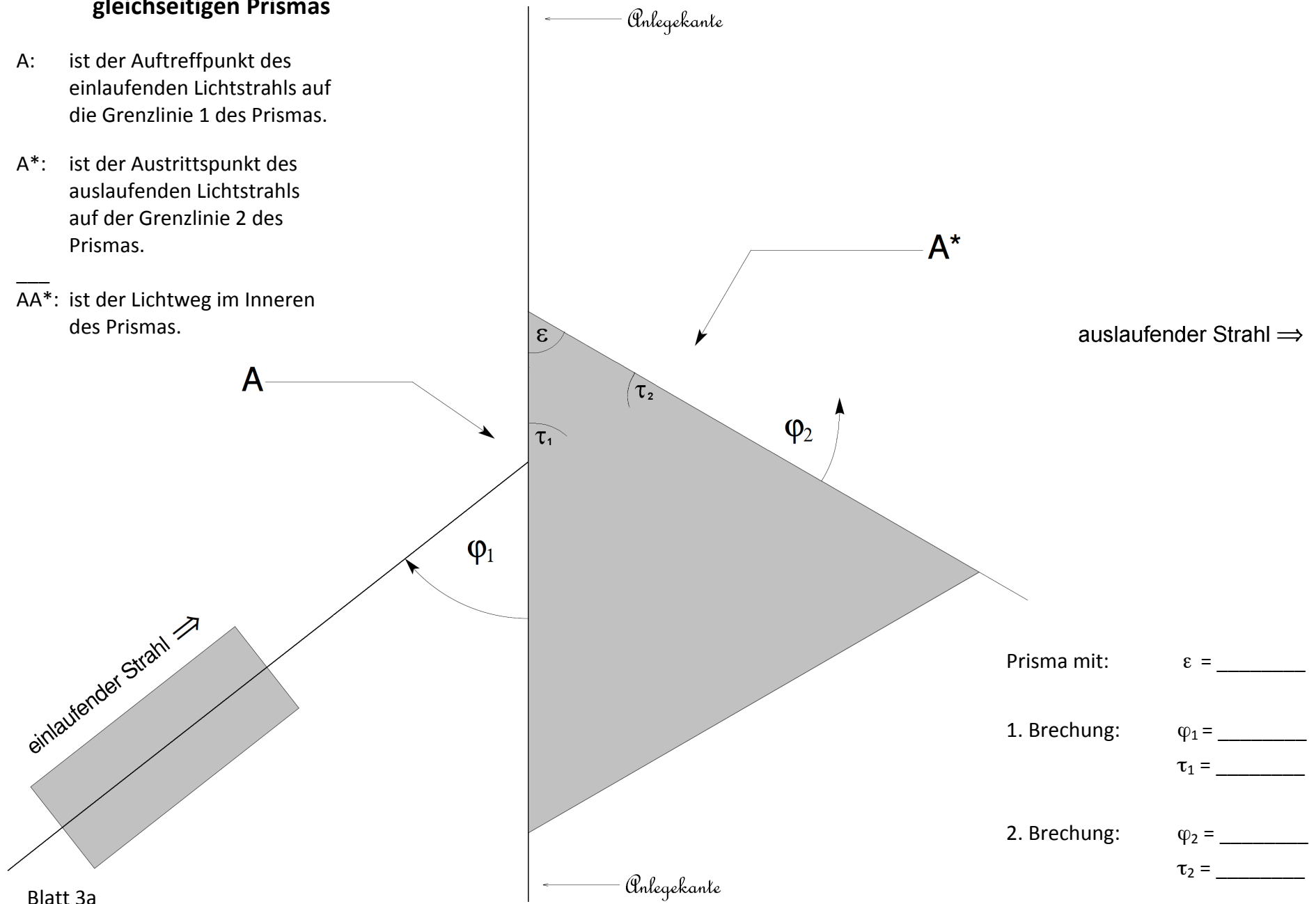
2. Brechung:  $\varphi_2 = \underline{\hspace{2cm}}$  Grad  
 $\tau_2 = \underline{\hspace{2cm}}$  Grad

# Konstruktion und Vermessung des optischen Weges für den zweifach gebrochenen Lichtstrahl im Inneren eines gleichseitigen Prismas

A: ist der Auftreffpunkt des einlaufenden Lichtstrahls auf die Grenzlinie 1 des Prismas.

A\*: ist der Austrittspunkt des auslaufenden Lichtstrahls auf der Grenzlinie 2 des Prismas.

$\overline{AA^*}$ : ist der Lichtweg im Inneren des Prismas.

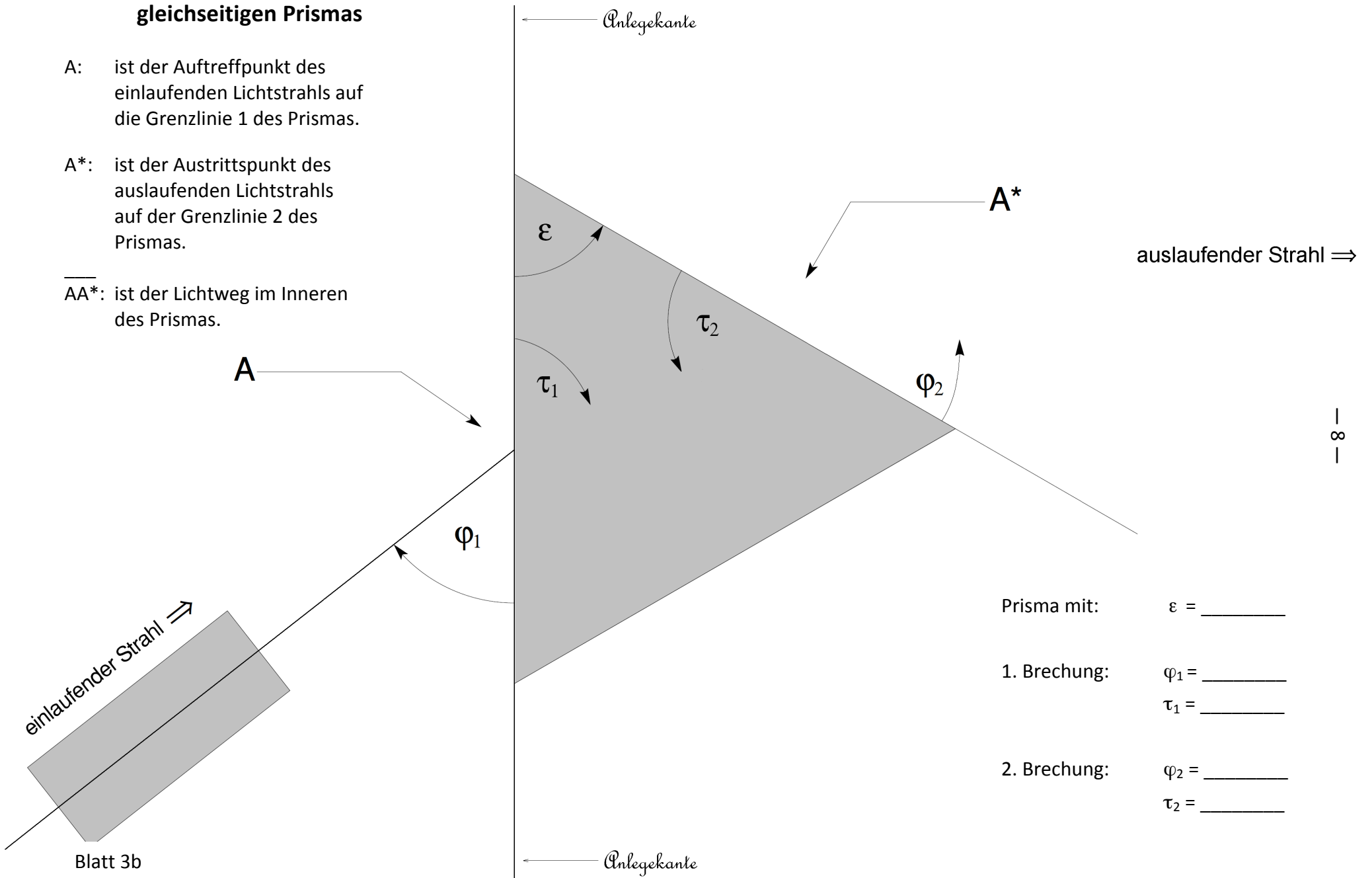


# Konstruktion und Vermessung des optischen Weges für den zweifach gebrochenen Lichtstrahl im Inneren eines gleichseitigen Prismas

A: ist der Auftreffpunkt des einlaufenden Lichtstrahls auf die Grenzlinie 1 des Prismas.

A\*: ist der Austrittspunkt des auslaufenden Lichtstrahls auf der Grenzlinie 2 des Prismas.

$\overline{AA^*}$ : ist der Lichtweg im Inneren des Prismas.



Prisma mit:  $\epsilon =$  \_\_\_\_\_

1. Brechung:  $\varphi_1 =$  \_\_\_\_\_

$\tau_1 =$  \_\_\_\_\_

2. Brechung:  $\varphi_2 =$  \_\_\_\_\_

$\tau_2 =$  \_\_\_\_\_

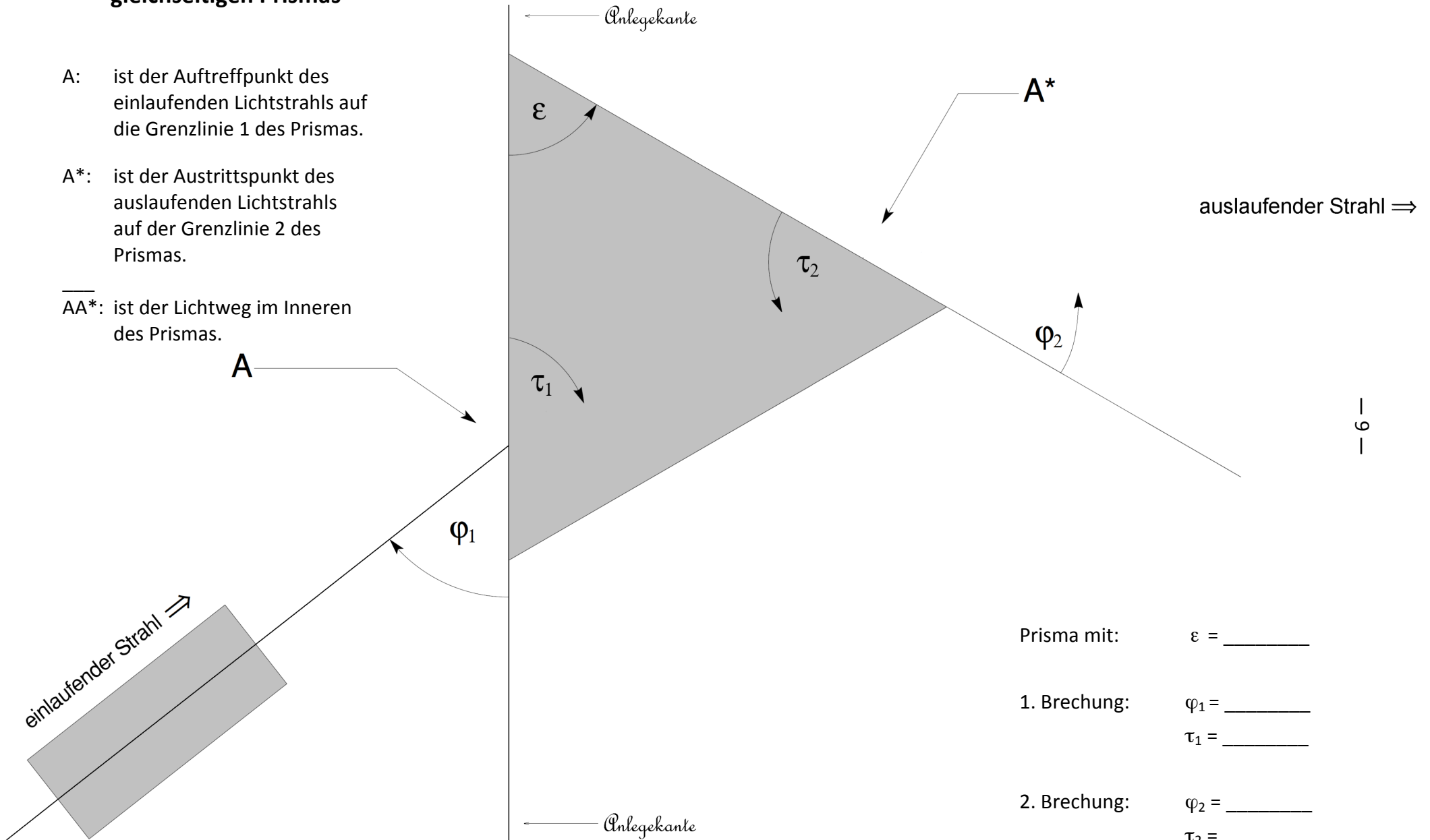


# Konstruktion und Vermessung des optischen Weges für den zweifach gebrochenen Lichtstrahl im Inneren eines gleichseitigen Prismas

A: ist der Auftreffpunkt des einlaufenden Lichtstrahls auf die Grenzlinie 1 des Prismas.

A\*: ist der Austrittspunkt des auslaufenden Lichtstrahls auf der Grenzlinie 2 des Prismas.

$\overline{AA^*}$ : ist der Lichtweg im Inneren des Prismas.



Prisma mit:  $\epsilon = \underline{\hspace{2cm}}$

1. Brechung:  $\varphi_1 = \underline{\hspace{2cm}}$

$\tau_1 = \underline{\hspace{2cm}}$

2. Brechung:  $\varphi_2 = \underline{\hspace{2cm}}$

$\tau_2 = \underline{\hspace{2cm}}$

# Auswertebogen für die Brechkraft bei regulärer Lichtbrechung an einem gleichseitigen Acrylglas-Prisma

## Übertragene Werte

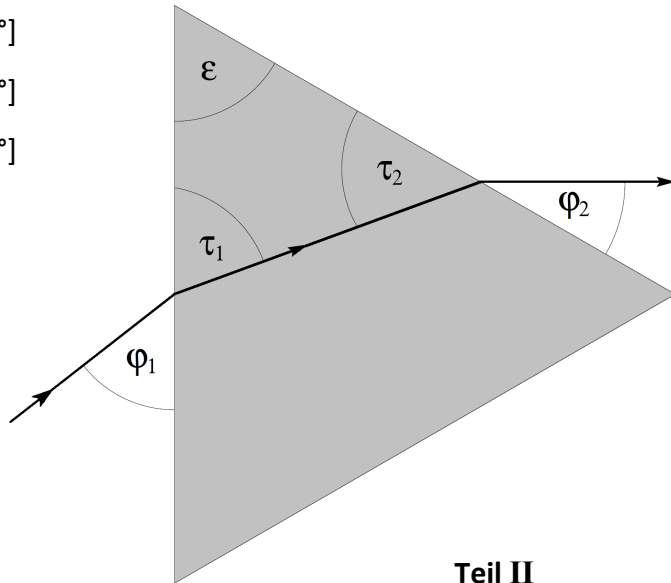
$\varepsilon =$  \_\_\_\_\_ [°]

$\varphi_1 =$  \_\_\_\_\_ [°]

$\tau_1 =$  \_\_\_\_\_ [°]

$\varphi_2 =$  \_\_\_\_\_ [°]

$\tau_2 =$  \_\_\_\_\_ [°]



## Teil I

optische Brechkraft n	1. Grenzfläche	2. Grenzfläche
Berechnet mit dem zeichnerisch ermittelten Lichtweg im Inneren des Prismas :	$n_1 = \frac{\cos \varphi_1}{\cos \tau_1}$	$n_2 = \frac{\cos \varphi_2}{\cos \tau_2}$
<b>geringere Verlässlichkeit</b>	$n_1 =$ _____	$n_2 =$ _____

— 10 —

## Teil II

optische Brechkraft n	Kopplung von 1. und 2. Grenzfläche durch mathematische Methoden
Berechnet allein mit den äußeren Winkeln des gleichseitigen Prismas :	$n = \sqrt{\cos^2 \varphi_2 + \frac{4}{3} \left[ \cos \varphi_1 + \frac{1}{2} \cos \varphi_2 \right]^2}$
<b>erhöhte Verlässlichkeit</b>	$n =$ _____

## Anmerkungen nur für den Physiklehrer

### Zu Blatt 2:

Diese Vorlage soll auf die eigentliche Messaufgabe vorbereiten. Während für die ersten Arbeitsgruppen das Experiment bereits anläuft, können die restlichen Gruppen hier in Beschäftigung gehalten werden. So sollte nach der Messung aller Winkel untersucht werden, ob für ein homogenes Prisma der eingetragene Lichtweg überhaupt real und möglich ist.

Zunächst die Winkel. Für sie findet man:

1. Brechung  
 $\varphi_1 = 51,2^\circ$   
 $\tau_1 = 71,0^\circ$

2. Brechung  
 $\varphi_2 = 33,0^\circ$   
 $\tau_2 = 48,0^\circ$

mit diesen Angaben werden die Quotienten

$$\cos \varphi_1 / \cos \tau_1 = n_1 = 1,924$$

$$\cos \varphi_2 / \cos \tau_2 = n_2 = 1,253$$

errechnet und mit einander verglichen. Danach ist zu diskutieren, ob im Rahmen einer fehlerbehafteten Winkelmessung von  $1^\circ$  oder gar  $2^\circ$  diese Diskrepanz überhaupt aufzuheben ist.

### Ergebnis dieser Betrachtung wird sein:

Der eingetragene Lichtweg kann wegen der stark differierenden Brechkraft  $n$ , unabhängig von möglichen Messfehlern bei den Winkeln, nicht real sein. Er entspricht nicht dem Verhalten des Lichtes beim Durchqueren eines Prismas.

### Handfertigkeiten und Verständnis

Bei diesem Vorversuch wird ganz beiläufig der Umgang mit dem Winkelmesser, die Umsicht mit den verschiedenen Skaleneintragungen und die richtige Wahl von Winkel- und Bogenmaß im Umgang mit dem Taschenrechner eingeübt. Außerdem wird das Format der Arbeitsvorlage für das eigentliche Experiment bekannt gemacht. Alle Verständnisfragen, die sich dort als bedeutsam herausstellen, können hier ohne Arbeitsdruck diskutiert und gewendet werden. So wird erreicht, dass das spätere Experiment keine zusätzlichen Ablenkungen erfährt.

Physik: Lichtbrechung an einem gleichseitigen Prisma (Variante 2)

## Zur Größenordnung

Beziffert man die Brechkraft der Luft (genauer: des Vakuums!) mit  $n_0 = 1,00$ , dann ist – bezogen darauf – die relative Brechkraft eines optischen Materials anschaulich mit

$$(n - n_0)/n_0 \cdot 100 \%$$

zu kennzeichnen. Für Acrylglas mit etwa  $n = 1,50$  bedeutet dies eine Zunahme der Brechkraft von 50 %.

## Zu den Blättern (3a, 3b, 3c) :

Der Versuch ist so angelegt worden, dass der Lehrer in jedem Fall eine gute Übersicht zum Ablauf des Experiments behält. für das gegebene, gleichseitige Prisma aus Acrylglas ist der Eintrittswinkel des Lichtstrahls mit  $\varphi_1 = 51,6^\circ$  so gewählt worden, dass der austretende Lichtstrahl auf dem Messbogen nahezu horizontal verläuft und mit einem Austrittswinkel von  $\varphi_2 = 30,0^\circ$  gemessen werden kann. Das sind die entscheidenden Winkel.

Ein kurzer Kontrollblick reicht dann bereits aus, um mögliche Fehler bei der Anlage des Experiments zu erkennen. Für die Güte der Ergebnisse ist entscheidend, dass nach Justierung von Prisma und Lichtquelle – die Positionen auf dem Messbogen unverändert bleiben, während gleichzeitig der leuchtende Lichtweg mit Punkten (dünner Filzschreiber!) im Abstand von 5 mm über die ganze Länge dokumentiert wird.

Hier sollte ein Mitglied der Arbeitsgruppe ausdrücklich auf die Beobachtung und Einhaltung dieser Bedingungen verpflichtet werden. Mit Bleistift und Lineal wird dann durch die so erzeugte Punktfolge eine ausgleichende Gerade gelegt, die im weiteren den verbindlichen Lichtweg des austretenden Lichtstrahls beschreibt. Damit ist der experimentelle Teil der Untersuchung zur Brechkraft abgeschlossen.

Die Blätter 3a, 3b, 3c sind als alternative Messvorlagen konzipiert, bei denen die Orientierung von einfallendem Lichtstrahl und Prisma weiterhin übereinstimmen; allerdings mit der Variante, dass das Prisma entlang der Anlegekante jeweils verschoben worden ist. Dadurch ergeben sich im Inneren des Prismas Lichtwege von unterschiedlicher Länge. Diese Variation beeinflusst keinen der an der Brechung beteiligten Winkel. Allerdings muss damit gerechnet werden, dass es bei den inneren Winkeln zu auffälligen Messfehlern kommt, besonders dann, wenn der Lichtweg zwischen den Punkten A und A\* kurz ist. Diese Unsicherheit spielt bei der Messvorlage (3a) eine größere Rolle, bei der Vorlage (3c) dagegen eine geringere,

Physik: Lichtbrechung an einem gleichseitigen Prisma (Variante 2)

weil der Lichtweg hier besonders lang ist. Betroffen sind dabei die Winkel  $\tau_1$  und  $\tau_2$  .

Unter diesen Gegebenheiten werden die Brechkräfte, die an den Grenzlinie 1 und 2 getrennt berechnet werden, mit unterschiedlichen Schwankungen belegt sein. Diese sind eine Folge allein der Zeichengenauigkeit ! (Auswertung I). Dieser Sachverhalt bietet sich an, um über die optimale Ausgestaltung eines physikalischen Experimentes zu diskutieren.