Die Brechung eines Lichtstrahls an zwei parallelen Grenzflächen eines durchsichtigen Körpers

oder

Der Weg des Lichtes durch das Fenster im Wohnzimmer

[VAD_Lichtbrechung_3.docx]

Klassenstufe	Oberthemen	Unterthemen	Anforderungs-niveau	Durchführungs-niveau	Vorbereitung Durchführung
S II	Optik	Brechung	●●●	■■	Ca. 50 Minuten

Autor: Prof. Dr. Klaus Dräger

Wenn ein Lichtstrahl von der Luft aus in einen durchsichtigen Körper eintritt, hängt seine Ablenkung nicht nur von den Eigenschaften des Materials sondern auch von der äußeren Geometrie des durchstrahlten Körpers ab. Im Allgemeinen ist daher die Richtung des austretenden Strahls ganz verschieden von der des eintretenden Strahls.
Aus diesem Grund muss man sich sehr sorgfältig überlegen, in welchem Verhältnis der Ort des eintretenden Lichtes zu dem des austretenden Lichtes stehen soll. Denn es gibt auch Sonderfälle, bei denen ein Lichtstrahl den durchsichtigen Körper scheinbar völlig unbeeinflusst und ohne Ablenkung durchlaufen kann. Man nennt diese Richtungen auch die optischen Achsen des Körpers.

Die Brechung des Lichtes an einer Glasplatte

Eine Glasplatte ist ein großer ebener Körper und durchsichtig. Das Licht tritt auf der einen Seite ein und auf der Gegenseite wieder aus. Die Verhältnisse erscheinen hier denkbar einfach. Daher also die Frage: Wo und wie tritt in diesem Fall überhaupt eine Lichtbrechung auf?

Die erste Antwort könnte sein: Die Lichtbrechung als physikalischer Vorgang ist vor unserer Alltagserfahrung so gut es geht, versteckt worden.
Dieses Ziel wurde erreicht, indem man die beiden Grenzflächen, die für den Lichtweg entscheidend sind, sowohl völlig eben als auch zueinander exakt parallel gefertigt hat. Das so erzeugte, technische Objekt ist heute als Fensterscheibe, als Windschutzscheibe oder auch als Glastisch allgegenwärtig und für unsere Alltagserfahrung frei von einer Brechung des Lichtes. Scheinbar, so muss man ergänzen. Denn die Wahrheit ist, dass das Licht beim Durchlaufen einer solchen Scheibe sogar zweimal gebrochen wird. Es ändert also zweimal seine Bewegungsrichtung. Bemerkenswert an dem Ereignis ist dabei, dass sich das Licht in jedem einheitlichen Material, man nennt es homogen, gradlinig ausbreitet. Das ist überprüfbar. Daher kann die Lichtbrechung nur in der Grenzschicht zwischen verschiedenen Materialien erfolgen. Ein schier unglaublicher Vorgang! Die Verhältnisse werden in Abbildung 1 genauer wiedergegeben.

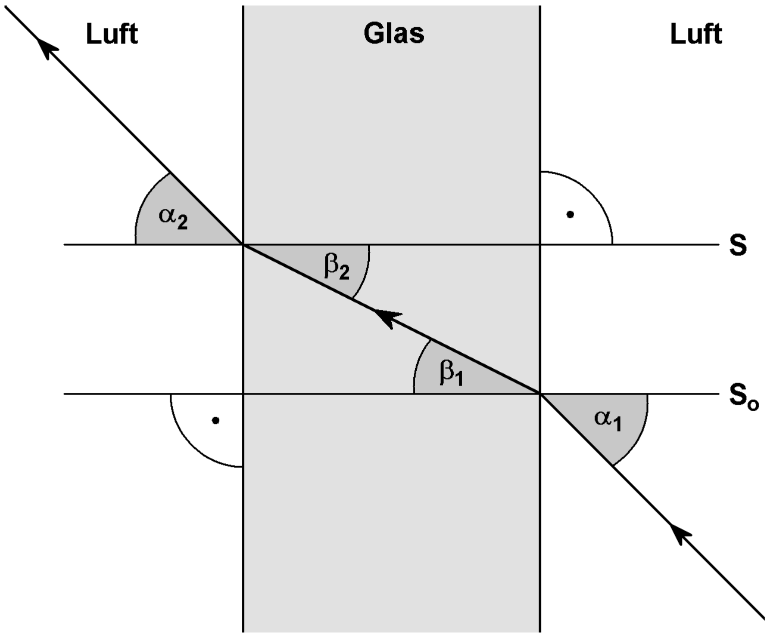


Abb. 1: Dort wo das Medium homogen ist, bewegt sich das Licht gradlinig. An den Grenzschichten wird es gebrochen.

Dort gibt es zunächst die beiden auf der Glasplatte senkrecht stehenden Linien S_o und S, die den Eintritt und den Austritt des Lichtes am Glas markieren. Auf sie sind die Winkelangaben bezogen, die die Richtung des Lichtstrahls beschreiben. Da die Grenzflächen der Glasscheibe zueinander parallel sind, gilt dies auch für die Geraden S_o und S. So hat man besonders einfache Verhältnisse. Dies zeigt sich bei den Winkeln.

Denn die inneren Winkel β_1 und β_2 müssen gleich sein. Es gilt $\beta_1 = \beta_2$, weil sie, geometrisch gesprochen, Wechselwinkel an den Parallelen S_o und S sind. Über diese einfache Bedingung sind nun aber die beiden Brechungen miteinander verknüpft. Denn an den ersten Richtungswechsel:

$$\alpha_1 \rightarrow \beta_1$$

schließt sich der zweite an:

$$\beta_1 = \beta_2 \rightarrow \alpha_2$$

Da die inneren Winkel, wie festgestellt, übereinstimmen, muss dies auch für die äußeren Winkel gelten. Folglich gilt:

$$\alpha_1 = \alpha_2$$

Dieses Ergebnis erklärt, warum unsere Alltagserfahrung die Lichtbrechung an einer ebenen Scheibe nicht erfassen kann. Das Licht bewegt sich trotz zweimaliger Brechung immer noch weiter in die gleiche Richtung.
Der tatsächliche Unterschied, nämlich die seitliche Verschiebung des Strahls zu einem anderen Austrittsort, wird wegen einer fehlenden Bezugsmarke so nicht wahrgenommen. Dies ist ein Grund mehr, auch unsere Alltagserfahrung in der Physik genauer zu hinterfragen. Abbildung 2 ergänzt daher die fehlenden Angaben und trifft Vorbereitungen für die genauere Untersuchung

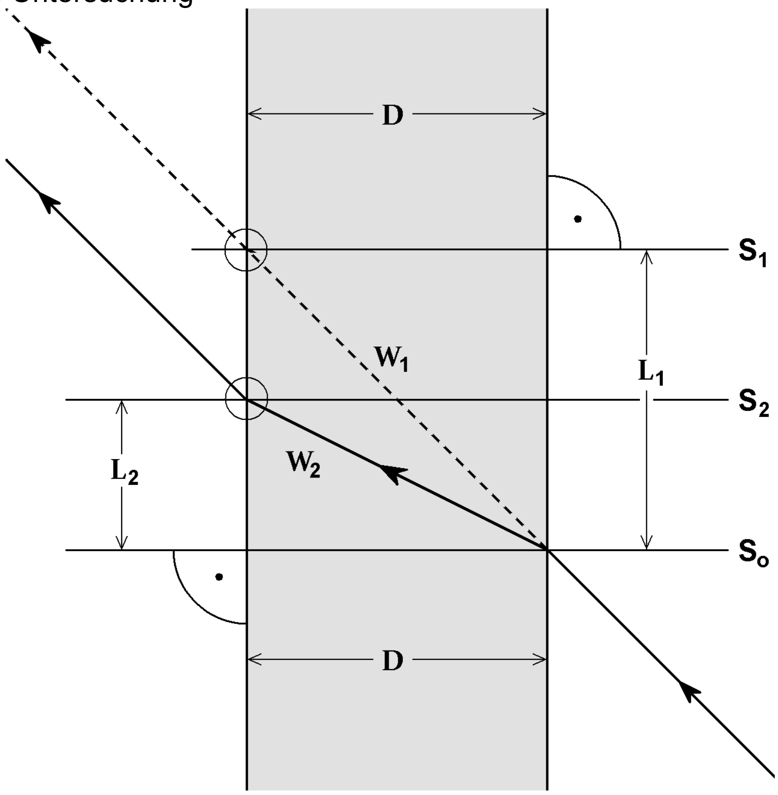


Abb. 2: Die seitliche Verschiebung des Austrittspunktes bei der Lichtbrechung an einer ebenen Glasplatte. Ortsangaben durch Kreise: ◯

Zunächst ist es wichtig, den genauen Verlauf des einfallenden Lichtstrahls festzulegen, wenn dort, wo das Glas sich befindet, keine Brechung stattfinden würde. In diesem Fall wäre dem Eintrittsort auf der senkrechten S_o ein Austrittsort auf der Senkrechten S_1 zuzuordnen. Das Licht hätte danach den Weg W_1 mit einer Neigung zurückgelegt, die durch den Abstand L_1 der beiden Senkrechten S_o und S_1 zu beschreiben ist. Diese Neigung entspricht dem einfallenden Lichtstrahl und ist durch das Verhältnis der Wege L_1 und W_1 in Luft :

$$L_1/W_1 \tag{1}$$

sicher festgelegt. Dem entsprechend lässt sich auch die Neigung des gebrochenen Lichtstrahls im Inneren des Glaskörpers festlegen. Nach Abbildung 2 findet dieser Vorgang zwischen den Senkrechten S_o und S_2 statt.
Der im Glas zurückgelegte Lichtweg beträgt danach W_2, während die Neigung des gebrochenen Strahls durch den Abstand L_2 der zugehörigen Senkrechten S_2 erfasst wird. Dabei beschreibt das Verhältnis der Wege L_2 und W_2 im Glas :

$$L_2/W_2 \tag{2}$$

den weiteren Verlauf des Lichtstrahls, jetzt allerdings denjenigen nach der ersten Brechung. Die hier aufgeführten Größen lassen sich allesamt durch einfache Längenmessungen ermitteln. Sie bilden die Grundlage für ein einfaches lichtoptisches Experiment. Dabei wird man zunächst die folgende Relation bestätigt finden.
Es gilt :

$$L_1/W_1 \; > \; L_2/W_2 \tag{3}$$

Überprüfe dazu, ob die Angaben der Abbildung 2 diese Relation erfüllen!
Mit dieser Bedingung haben wir die geometrischen Anteile der Lichtbrechung erfasst. Den Einfluss des optischen Materials führt man dann durch einen weiteren Faktor n ein, den man die Brechzahl oder auch den Brechungsindex nennt. Er überführt die Relation (3) in eine Gleichung gemäß :

$$L_1/W_1 \; = \; \mathbf{n} \cdot L_2/W_2 \tag{4}$$

Bei dieser Wahl erkennt man, dass der besondere Fall $n_o = 1$ keine Brechung zur Folge haben kann, weil die beiden Quotienten, die die Richtung festlegen, genau gleich sind. Umgekehrt findet man für Acrylglas, das im folgenden Experiment eingesetzt wird und das Licht auch bricht, eine Brechzahl von $n = 1{,}50$. Gegenüber den Verhältnissen in Luft, die mit dem Index $n_o = 1{,}00$ beschrieben werden, ist damit die Brechkraft von Acrylglas um 50 % größer als die von Luft. Das ist ein sehr großer Unterschied. Er ergibt sich durch die folgende Bewertung :

$$\frac{n - n_o}{n_o} = \frac{1{,}50 - 1{,}0}{1{,}00} \cdot 100\,\% = 50\,\%$$

Da der Lichtstrahl beim Durchqueren einer ebenen Scheibe, wie schon festgestellt, seine Richtung nicht ändert, kann die Brechzahl n hier nur aus der Verschiebung des Austrittspunktes und damit durch eine Längenmessung bestimmt werden.

Mathematische Ergänzungen

Für ein Experiment ist es immer günstiger, wenn man die Verknüpfungen zwischen mehreren Messgrößen, die mathematisch begründet sind, auch voll ausschöpft, weil es leichter ist, genau zu rechnen als genau zu messen. Das wird manchmal übersehen! Im vorliegenden Fall betrifft es die geometrischen Bedingungen.
Wie der Abbildung 3 zu entnehmen ist, bilden der Lichtweg W sowie die beiden Abstände L und D ein rechtwinkliges Dreieck bilden, das alle Bedingungen, die zum Satz des Pythagoras führen, erfüllt. Es gilt :

$$W^2 = L^2 + D^2 \tag{5}$$

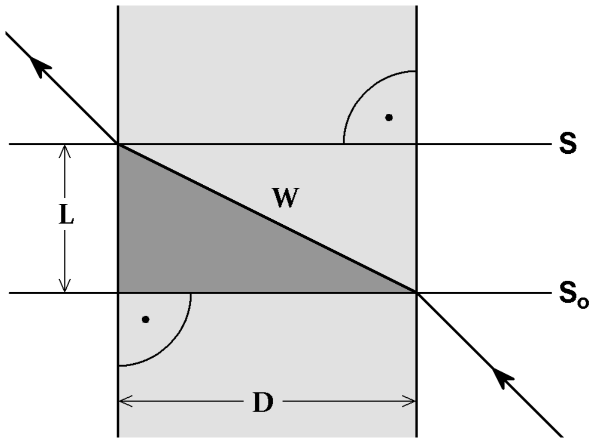


Abb. 3: Nachweis für die Voraussetzungen, um den Satz des Pythagoras anwenden zu können.

Da der Abstand D der Grenzflächen fest vorgegeben ist, kann die optische Weglänge W als Messgröße in beiden Fällen eliminiert werden. Zunächst folgt für den einfallenden Lichtstrahl mit dem Satz des Pythagoras

$$W_1^2 = L_1^2 + D^2 \tag{6}$$

Für das Verhältnis L_1/W_1 erhält man durch einfaches Einsetzen und Umformen

$$L_1 \,/\, W_1 = \frac{1}{\sqrt{1 + (D \,/\, L_1)^2}} \quad . \tag{7}$$

Für den gebrochenen Strahl ergibt sich wegen der gleichen Geometrie

$$W_2^2 = L_2^2 + D^2 \quad . \tag{8}$$

Für das Verhältnis L_2/W_2 liefert dann der gleiche Rechnungsweg mit Gleichung (8) das entsprechende Ergebnis :

$$L_2 \;/\; W_2 = \frac{1}{\sqrt{1 + (D \;/\; L_2)^2}} \qquad (9)$$

Mit diesen Umschreibungen geht Gleichung (4) für die Brechzahl n über in :

$$\sqrt{1 + (D \;/\; L_2)^2} = \mathbf{n} \cdot \sqrt{1 + (D \;/\; L_1)^2} \qquad (10)$$

Sie enthält neben dem „Geometrieparameter“ D der parallelen Grenzflächen nur noch die zwei äußeren Messgrößen L_1 und L_2 . Die Brechzahl n als reine Materialkonstante des optischen Körpers verknüpft dabei diese beiden geometrischen Anteile in Gleichung (10) . Sie ist dimensionslos.

Anlage des optischen Experiments

Für das hier vorgesehene Experiment wählen wir eine ganz spezielle Ausgangsbedingung, die den Vorteil hat, im Aufbau sehr gut erkannt zu werden. Dazu geben wir dem einfallenden Lichtstrahl eine solche Neigung, dass der Abstand L_1 mit dem Abstand D der beiden Grenzflächen genau übereinstimmt. Abbildung 4 zeigt die dann zu erwartenden Verhältnisse. Der einfallende Lichtstrahl ist in ein Quadrat eingebettet und folgt entlang der Diagonalen einer Richtung, die mit dem Neigungswinkel von 45° verbunden ist.

Die für die Lichtbrechung entscheidende Gleichung (10) vereinfacht sich wegen $(D/L_1) = 1$ dadurch drastisch und erlaubt es, den Brechungsindex n über die spezialisierte Gleichung

$$n = \sqrt{[\,1 + (D \,/\, L_2)^2\,] \,/\, 2}$$

zu bestimmen.

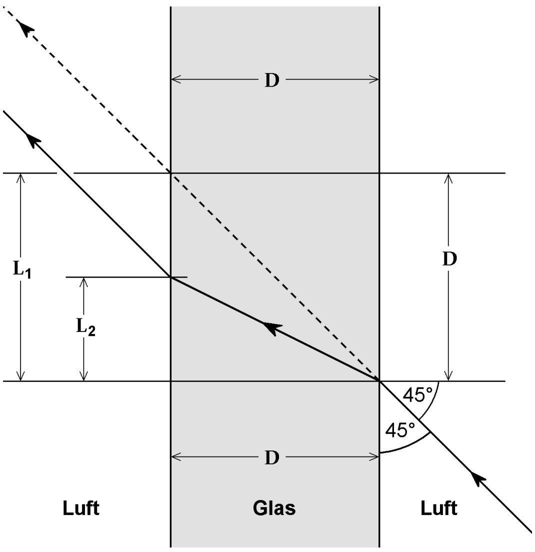


Abb. 4: Geometrie und Aufbau eines optischen Experimentes zur Bestimmung des Brechungsindexes n an einer Glasplatte

Benötigte Gerätschaften

- Lichtquelle : Einstrahl-Laser (z.B. Best.-Nr. 107.3205) oder Lichtbox mit Einstrahlblende (z.B. Leuchte aus Best.-Nr. 200.2348)
- optischer Körper : Planparallele Platte aus Acryl,
  Kantenlänge : D = 60 mm
  Höhe : h = ca. 15 mm
- Experimentiervorlage : Zeichnung – Conatex
  FORMAT DIN A4
- Filzschreiber : Fineliner ≤ 0,6 mm

Durchführung des Experimentes

Das Experiment und seine spätere Auswertung ist auf die folgende Gleichung ausgelegt :

$$n = \sqrt{[\,1 + (D / L_2)^2\,] / 2} \qquad (12)$$

Dazu ist eine spezielle Experimentiervorlage entwickelt worden, die die Bedingungen der obigen Gleichung erfüllt. Das Experiment umfasst die folgenden Maßnahmen :

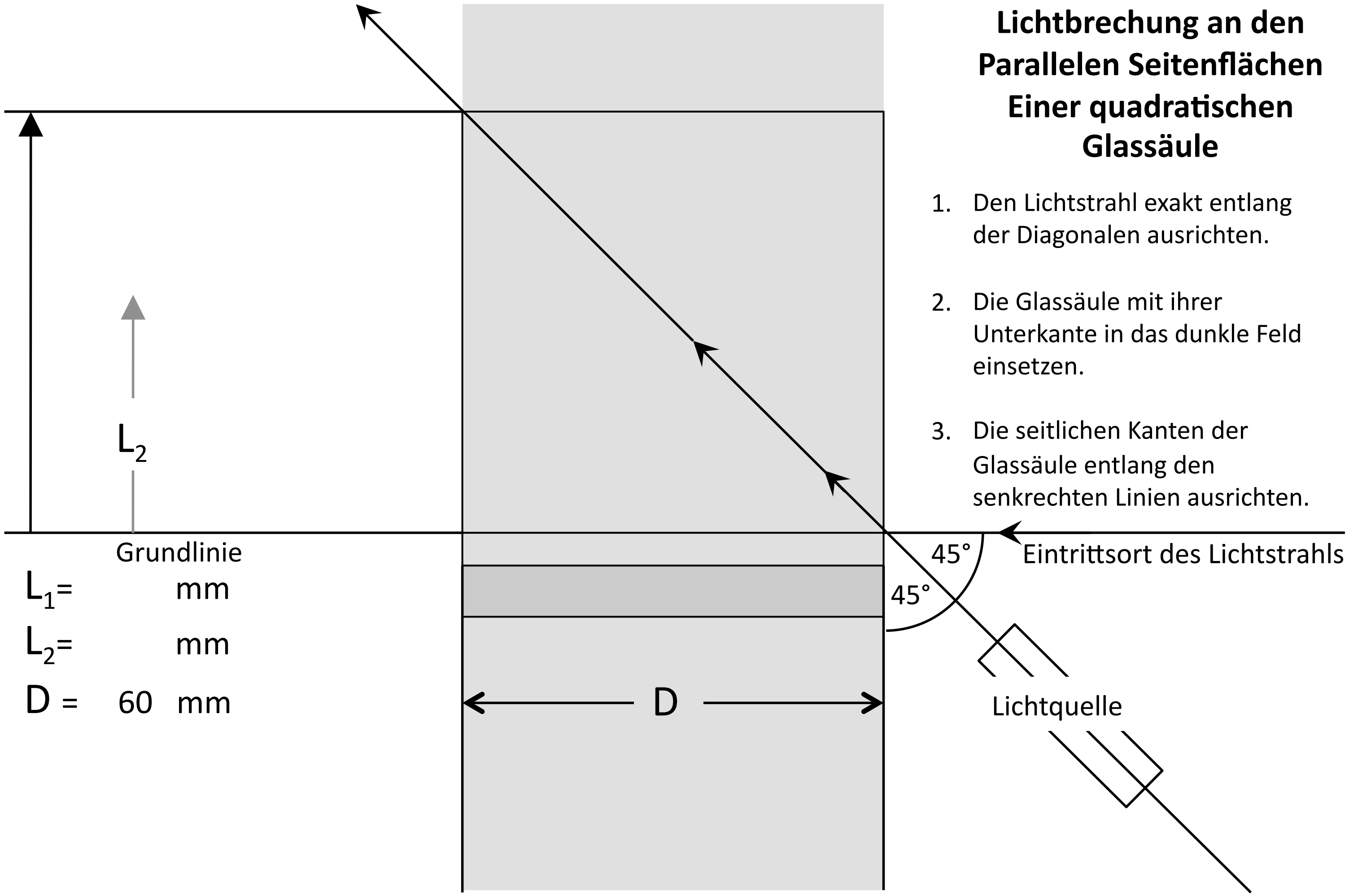
1. Die Experimentiervorlage wird auf einen ebenen Tisch, am besten mit Tesa-Streifen, an zwei gegenüberliegenden Seiten festgelegt.
2. Die Lichtquelle mit einem einzelnen, senkrecht gestellten Spalt wird so exakt wie möglich entlang der Diagonale des eingetragenen Quadrates ausgerichtet. Sie darf danach nicht mehr berührt und aus ihrer Orientierung gebracht werden, außer mit dem Ziel der Nachjustierung.
3. Der Acrylglas-Körper wird vorsichtig auf die Vorlage gesetzt und nach der dort genauer gegebenen Anweisung ausgerichtet.
4. Der Lichtweg des austretenden Strahls ist zu dokumentieren. Dazu werden mit einem Filzschreiber entlang der Leuchtspur und im Abstand von jeweils 5 mm eigenhändig Punkte auf die Vorlage gesetzt. Dies über die ganze Länge. Danach ist das Experiment abgeschlossen.

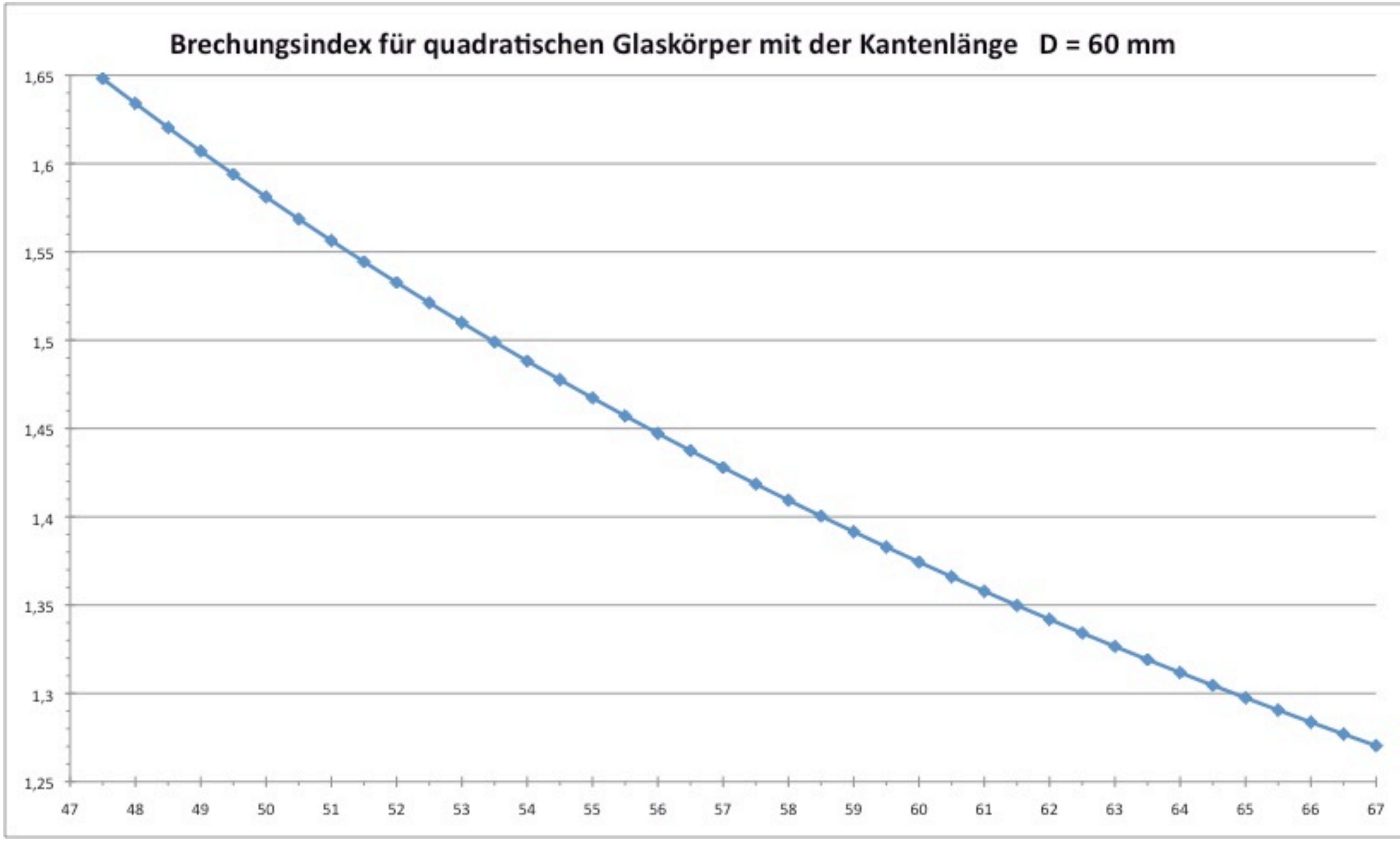
Zur Auswertung des Experiments

1. Mit Bleistift und Lineal wird der Lichtweg rekonstruiert und bis auf den Austrittpunkt zurückgeführt.
2. Der Austrittspunkt wird markiert und der Abstand L_2 zur eingetragenen Grundlinie danach ausgemessen. Das Ergebnis wird in die Vorlage eingetragen.
3. Schnellauswertung :
   Ein beigefügtes Diagramm zeigt, bei gegebenem Abstand D , den genauen Verlauf der Brechzahl n als Funktion der Länge L_2 des gebrochenen Lichtstrahls.
   Mit dem gemessenen Wert L_2 des Experimentes kann dann, ohne weitere Rechnung, der Zahlenwert für n dem Diagramm direkt entnommen werden.
4. Danach ist für das durchgeführte Experiment zu überlegen, ob der Messfehler für L_2 mit $\Delta L_2 = \pm 1$ mm zu klein oder zu groß abgeschätzt wird.
5. Mit dem als realistisch bewerteten Fehler für L_2 ist dann der Fehler Δn und damit der Bereich, in dem die Brechzahl n liegen muss, aus dem Diagramm zu ermitteln.
6. Durch eigene Rechnung über die Gleichung (12) ist die Brechzahl n aus den Werten für D und L_2 zu ermitteln.

Lichtbrechung an den Parallelen Seitenflächen Einer quadratischen Glassäule

1. Den Lichtstrahl exakt entlang der Diagonalen ausrichten.
2. Die Glassäule mit ihrer Unterkante in das dunkle Feld einsetzen.
3. Die seitlichen Kanten der Glassäule entlang den senkrechten Linien ausrichten.




Brechungsindex für quadratischen Glaskörper mit der Kantenlänge D = 60 mm
1,65
1,6
1,55
1,5
1,45
1,4
1,35
1,3
1,25
47
48
49
50
51
52
53
54
55
56
57
58
59
60
61
62
63
64
65
66
67