

Physik im Freizeitpark – Dynamikmessungen mit dem GLX-Interface


Klassenstufe	Oberthemen	Unterthemen	Anforderungs- niveau	Durchführungs- niveau	Vorlauf Vorbereitung Durchführung
S II	Mechanik Bewegungslehre	Gedämpfte Schwingungen Energieerhaltung	● ● ●	■ ■ ■	Mehrere Monate Einige Tage

**Dynamikmessung im Allgäuer Skylinepark –
 Datenaufnahme und -auswertung via GLX- Interface und Videoanalyse**

Das GLX-Interface von „Pasco“ bietet Schülern nie da gewesene Möglichkeiten physikalische Phänomene eigenständig zu erforschen. Durch die Vielzahl der Sensoren, welche für den Datenlogger erhältlich sind, ergeben sich eine ganze Menge Einsatzmöglichkeiten. Somit profitieren die Schüler davon nicht nur in Praktika sondern erschließen sich dadurch auch neue Themen für Facharbeiten.

Physik: Bewegungslehre – Dynamikmessung im Freizeitpark

Um ein Beispiel dafür zu geben möchte Ich einen kurzen Einblick in die Erfahrungen geben, die ich als Schüler mit dem Gerät gemacht habe und dabei aber auch meine physikalischen Ergebnisse schildern.

Thema meiner 2008 verfassten Facharbeit war die Messwertaufnahme von dynamischen Größen in einer Achterbahn und deren physikalische Analyse unter Verwendung des GLX-Interfaces. Dazu habe ich mir den „Sky Shot“ im Bad Wörishofener „Skyline Park“ ausgesucht. Dasselbe Thema wurde von einem meiner Mitschüler durch Analyse von Aufgenommenen Filmmaterial bearbeitet. Seine Ergebnisse habe ich auch mit den meinen verglichen.

1. Das GLX-Interface mit 3-achsialen Beschleunigungs- und integriertem barometrischen Höhensensor

Zur Durchführung meiner Messung stand mir ein GLX-Interface mit einem 3-achsialen Beschleunigungs- und integriertem barometrischen Höhensensor sowie eine dazu passende Weste um es am Körper tragen zu können, zur Verfügung.

Wenn sich das GLX in der Weste am Körper befindet, entsprechen die drei Achsen der Beschleunigungsmessung folgenden Richtungen, aus der Sicht des Trägers:

- \hat{a}_x : links(+) und rechts(-)
- \hat{a}_y : oben(+) und unten(-)
- \hat{a}_z : vorne(+) und hinten(-)

Die vom GLX aufgezeichneten Daten lassen sich mit Hilfe des Programmes „DataStudio“ später am Computer auswerten.

Notwendiges Material:

- XPLOERER GLX (Art.Nr. 104.1001)
- Beschleunigungssensor (3-Achsen) mit Höhenmesser (Art.Nr. 104.1021)
- XPLOERER Weste (Art.Nr. 104.1020)
- DataStudio Einzellizenz (Art.Nr. 104.1007)

2. Videoanalyse

Die von meinem Mitschüler mit der Videokamera aufgezeichnete Fahrt mit dem „Sky Shot“ konnte er am Computer mit Hilfe des Videoanalysenprogramms „Coach 6“ auswerten. Durch Angabe von bekannten Abständen zwischen im Filmmaterial markieren Punkten lassen sich aus den einzelnen Bildframes Graphen von dynamischen Größen darstellen.

3. Beschreibung des „Sky Shots“

Im „Sky Shot“ werden zwei Passagiere in einer Kugel durch ein hydraulisches Spannsystem senkrecht in die Luft geschossen. Dabei dreht sich die Kugel auch noch um ihre Querachse. Die Kugel ist an zwei Drahtseilen befestigt und wird am Boden eingehängt. Nach dem Spannen der 160 Federn, welche sich in einem Spannsystem hinter der Kugel befinden und über einige

Physik: Bewegungslehre – Dynamikmessung im Freizeitpark

Kraftwandler mit den Stahlseilen verbunden sind, wird die Kugel ausgeklinkt und der Abflug beginnt. Die Kugel fliegt bis zum Scheitelpunkt, fällt wieder nach unten und schwingt noch einige Male hoch und runter. Anschließend werden die Seile wieder gelockert und die Kugel kehrt langsam zum Boden zurück.

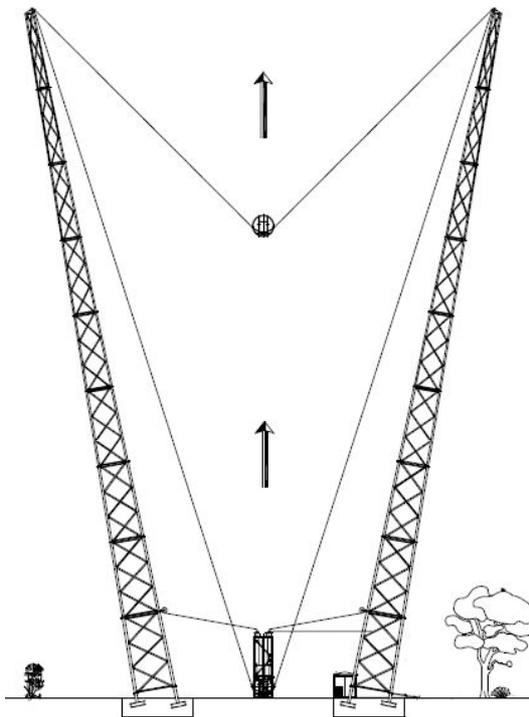


Abbildung 1: Schematische Darstellung des „Sky Shot“



Abbildung 2: Sky Shot

4. Messwertaufnahme

Da ich das GLX in der Weste sicher am Körper tragen konnte, musste ich nur vor dem Abschuss die Messwertaufnahme starten und nach dem Flug wieder beenden. Zur Aufnahme des Videomaterials mussten wir einen Platz finden, an dem wir den gesamten Flug der Kugel im Bild hatten. Der Grund dafür ist, dass die Kamera während der Aufzeichnung nicht bewegt werden darf, da die Berechnung der verschiedenen Größen an Bewegungen von Punkten auf dem Monitor ausgeführt werden. Das Bewegen der Kamera würde die Ergebnisse also verfälschen.

5. Datenauswertung am Computer mit „DataStudio“ von Pasco

Die vom GLX gelieferten Rohdaten beinhalten die Beschleunigungen in x-, y- und z-Richtung, sowie die daraus resultierende Gesamtbeschleunigung und die barometrische Höhenkurve.

Physik: Bewegungslehre – Dynamikmessung im Freizeitpark

Da der „Sky Shot“ eine Kugel senkrecht nach oben schießt, die sich während des Fluges lediglich um ihre Querachse dreht, sind kaum Beschleunigungen in x-Richtung gemessen worden. Somit sind nur die Beschleunigungen in y- und z-Richtung interessant. Die Höhenkurve zeigt einige starke Schwankungen, vor allem in den Bereichen der Extrema. Diese Messungenauigkeiten lassen sich meiner Meinung nach über die Art der Datenaufnahme des GLX begründen. Die Höhe wird barometrisch, also über den Luftdruck, berechnet. Somit entstehen diese Werte wahrscheinlich aufgrund von Luftdruckschwankungen, welche auf Luftverwirbelungen oder ähnlichem beruhen.

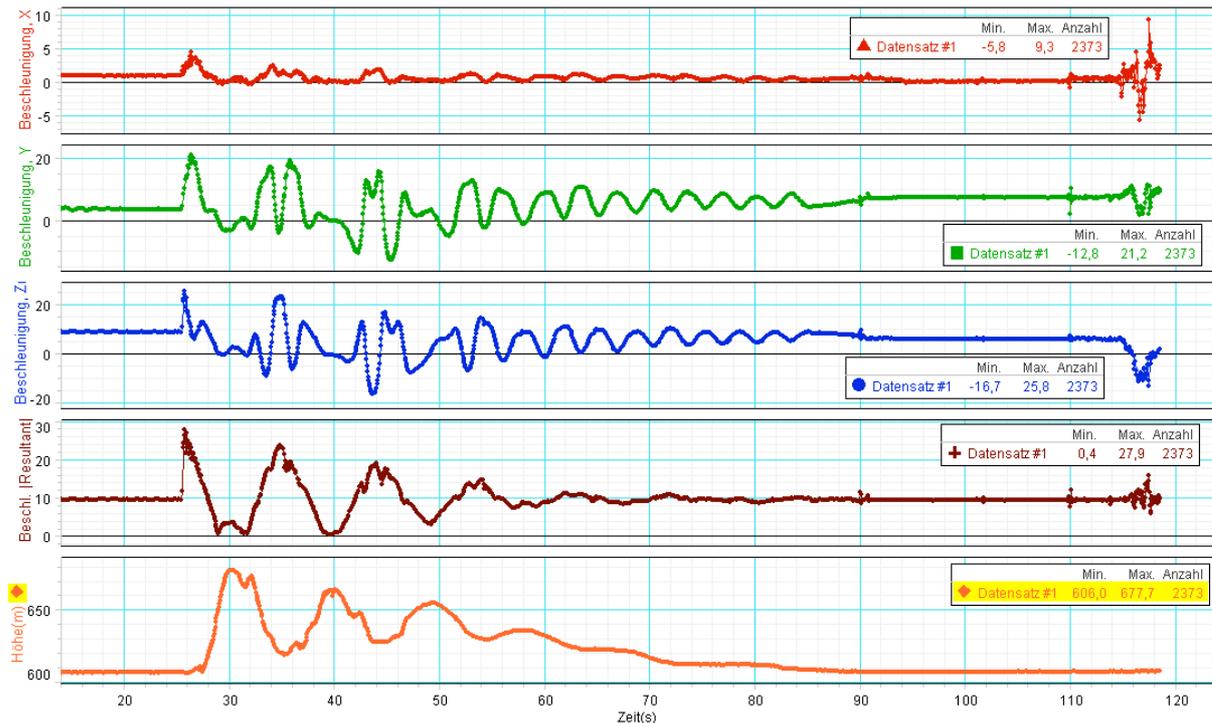


Abbildung 3: Rohdaten der GLX-Messung

5.1. Berichtigung der resultierenden Gesamtbeschleunigung

Ich habe den Sensor vor dem Start nicht auf „Null“ kalibriert, somit ist, wie in Abbildung 4 zu erkennen, ständig die Erdbeschleunigung von 1g „mitgemessen“ worden. Dies war enorm wichtig, da ich nur so eine brauchbare Geschwindigkeitskurve bekommen konnte. Der Grund dafür liegt in folgendem: Die resultierende Beschleunigung, die mir das GLX berechnet, ist der Betrag des Vektors, der sich aus der Vektoraddition der Beschleunigungen in alle drei Richtungen ergibt:

$$|\mathbf{a}_{result}(t)| = \sqrt{[a_x(t)]^2 + [a_y(t)]^2 + [a_z(t)]^2}$$

Da es sich hierbei nur um den Betrag des Vektors handelt, welcher stets positiv ist, kann man Beschleunigung nicht mehr von Verzögerung unterscheiden. Die Information über die Richtung geht dabei verloren. Dadurch, dass ich den Sensor vor dem Start nicht auf „Null“ kalibriert habe, ist die Kurve um 1g in positiver Richtung verschoben. Es handelt sich bei der gesamten Bewegung der Kugel um eine gedämpfte Schwingung, was bei Betrachtung des Graphen der resultierenden Gesamtbeschleunigung vermuten lässt, dass die Werte im Bereich zwischen 29,0 und 31,4

Physik: Bewegungslehre – Dynamikmessung im Freizeitpark

Sekunden eigentlich ein negatives Vorzeichen tragen und deren positiver Wert, wie oben beschrieben, nur durch die Art der Berechnung entstanden ist. Ich habe daraufhin das Vorzeichen dieser Werte in der Tabellendarstellung geändert und anschließend im Rechner den Graphen solange um verschiedene Werte verschoben, bis sich der Wert des Graphen zum Zeitpunkt kurz vor dem Start bei 0 befand. Dadurch habe ich die resultierende Gesamtbeschleunigung erhalten, welche für die Geschwindigkeitsänderung der Kugel verantwortlich ist. Zwar werden durch die Rotation der Kugel auch richtungsändernde Zentripetalbeschleunigungen mitgemessen, welche jedoch sehr klein und damit vernachlässigbar sind, da sich die Passagiere und somit auch das GLX im Zentrum der Drehung befinden.

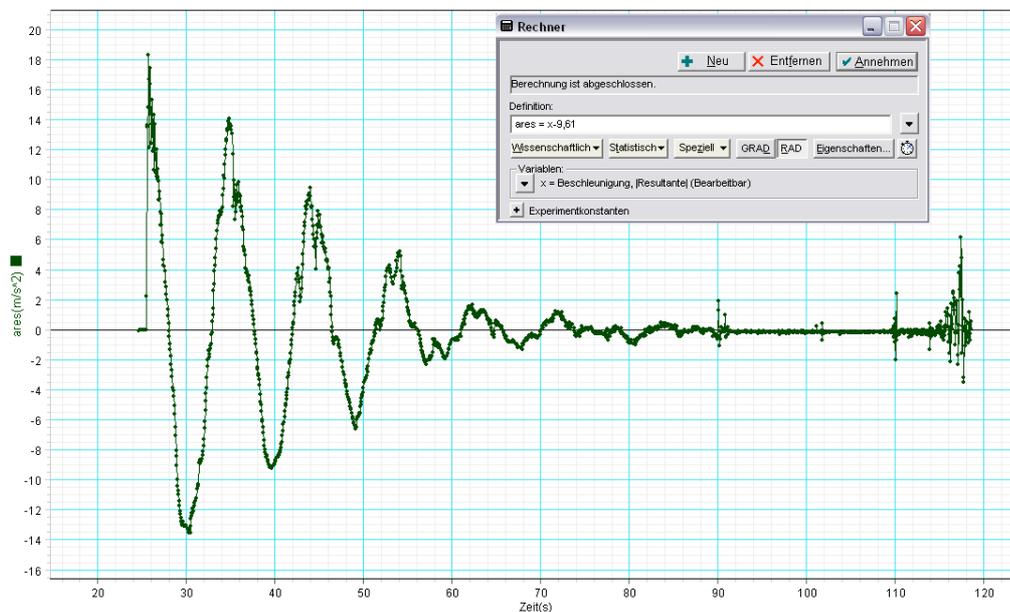


Abbildung 4: Berichtigte resultierende Gesamtbeschleunigung

5.2. Berechnung der Kugelgeschwindigkeit

Um die Geschwindigkeit der Kugel zu bekommen, habe ich zum einen die nun berichtigte Kurve der resultierenden Gesamtbeschleunigung in „DataStudio“ integriert, woraus die rote Kurve in Abbildung 5 entstanden ist. Außerdem habe ich die Höhe nach der Zeit abgeleitet (blaue Kurve). Da die Kugel senkrecht nach oben geschossen wird, kann man die Geschwindigkeit in diesem Fall auch durch den Grenzübergang der Höhenänderung pro Zeiteinheit bekommen.

An den beiden Graphen kann man sehr gut erkennen, wie die Genauigkeit eines Graphen von der Art seiner Entstehung abhängt. Auf den ersten Blick sind kaum Gemeinsamkeiten zu erkennen. Die Integration der resultierenden Beschleunigung hat den entstandenen Graphen „geglättet“, der durch Ableiten entstandene hingegen ist erheblich ungenauer.

Wenn man die Graphen jedoch übereinander legt, kann man erkennen, dass beide dieselbe gedämpfte Sinuskurve darstellen.

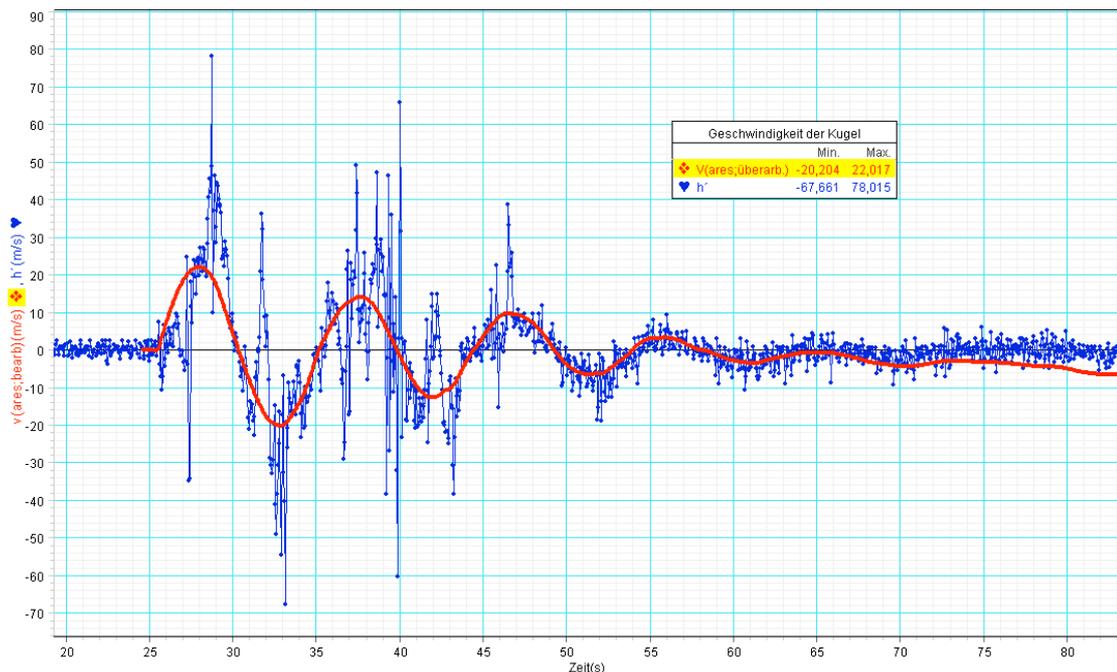


Abbildung 5: Kugelgeschwindigkeit

5.3. Vergleich von Höhen und Geschwindigkeitskurve

Als ich mit dieser Betrachtung begonnen habe, war ich erstaunt, wie genau die von mir errechnete Geschwindigkeitskurve zur barometrisch bestimmten Höhenkurve passt.

An jedem lokalen Maximum und Minimum der Höhenkurve hat die Geschwindigkeit den Wert „0“ (schwarze Linien in Abb. 6). Also immer dann, wenn die Kugel sich an einem „Hochpunkt“ oder in einem „Tal“ befindet. Die lokalen Maxima der Geschwindigkeit treten immer zwischen den Extrema der Höhe auf, also wenn die Elongation der Schwingung ungefähr „0“ beträgt (orangene Linien). Aufgrund der Dämpfung erreicht die Geschwindigkeit ihr Maximum jedoch bereits etwas vor dem „Nulldurchgang“ der Auslenkung. Dieses Phänomen wird weiter unten noch genauer betrachtet.

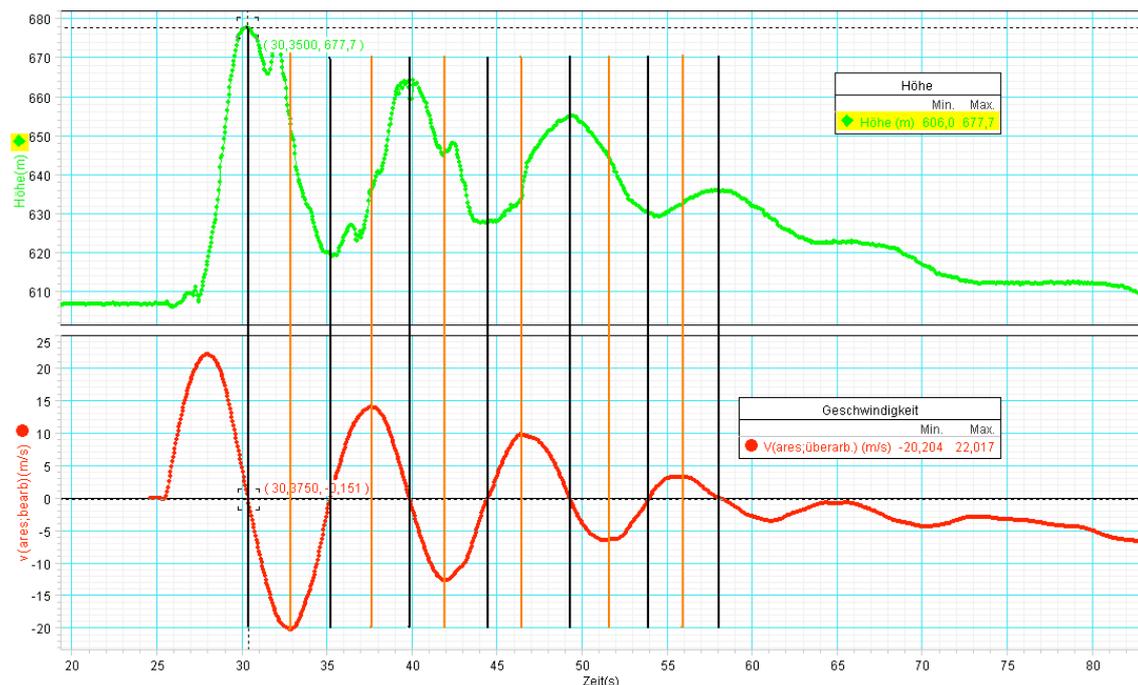


Abbildung 6: Darstellung von Höhen und Geschwindigkeitskurve

5.4. Bewegungsbeschreibende Funktionen

Um Funktionen zu finden, die die Schwingung des „Sky Shot“ beschreiben, habe ich vorerst den Graphen der Geschwindigkeit betrachtet.

Da es sich dabei um eine gedämpfte Schwingung handelt, lässt sie sich wie folgt darstellen:

$$v(t) = e^{-kt} A \sin(\omega t + \varphi)$$

Wobei A die Amplitude, k der Dämpfungskoeffizient und ω die Winkelgeschwindigkeit ist.

Die Phasenverschiebung φ beträgt „0“, da ich die Funktion beim Abschusszeitpunkt starten lasse. Aus den Datensätzen lassen sich Dämpfungskoeffizient, Amplitude und Winkelgeschwindigkeit bestimmen. Durch abgleichen am Geschwindigkeitsgraphen habe ich diese Parameter noch etwas gefittet.

Somit lässt sich die Funktion für die Geschwindigkeit folgendermaßen darstellen:

$$v(t) = e^{-0,045s^{-1}t} 24,4 \frac{m}{s} \sin(0,66 s^{-1} t)$$

Die Beschleunigungsfunktion berechnet sich durch Ableiten der Geschwindigkeitsfunktion:

$$a(t) = \dot{v}(t) = 1,1 \frac{m}{s^2} e^{-0,045s^{-1}t} [14,7 \cos(0,66 s^{-1} t) - \sin(0,66 s^{-1} t)]$$

Die Funktion für die Elongation der Schwingung bekommt man durch Integration von v(t):

$$h(t) = \int v(t) dt = A e^{-kt} \frac{-k \sin(\omega t) - \omega \cos(\omega t)}{k^2 + \omega^2} + C \quad [1]$$

Physik: Bewegungslehre – Dynamikmessung im Freizeitpark

Die Integrationskonstante C entspricht der Höhe des Schwingungsmittelpunktes über dem Erdboden. Die Höhenfunktion soll so modelliert sein, dass die Kugel bei $h=0$ startet. Man muss sie also noch um den Betrag der Auslenkung zum Zeitpunkt $t=0$ in positive Richtung verschieben:

$$h(t) = 37m - 2,5m e^{-0,045s^{-1}t} [\sin(0,66s^{-1}t) + 14,7\cos(0,66s^{-1}t)]$$

5.5. Phasenverschiebungen und Phasenraumdiagramme der Funktionen

Aufgrund der Dämpfung der Schwingung ergibt sich ein auf den ersten Blick äußerst merkwürdiges Zusammenspiel der Kurven. Bei der Betrachtung der Phasenlage der Funktionen lässt sich feststellen, dass die Funktionen bezüglich ihrer Ableitungen nicht, wie man es erwartet hätte, um 90° phasenverschoben sind. Die Nullstellen der Ableitungen treten jedoch trotzdem an den Stellen der Extrema der jeweiligen Stammfunktionen auf, die Phasenverschiebung ist an diesen Stellen also quasi doch 90° . Der Grund für dieses Phänomen ist, dass die Funktionen, aufgrund von Reibungen im System, einer Dämpfung unterliegen. Durch diese erscheint in den Funktionen der Elongation und der Beschleunigung, welche durch Integration, beziehungsweise Differentiation, aus der Geschwindigkeit hervorgehen, neben dem Cosinus außerdem auch noch der Sinus. Dadurch wird die Phasenverschiebung zwischen den Funktionen jeweils betragsmäßig etwas größer als 90° . Dass die Extrema der Funktionen jedoch trotzdem mit den Nullstellen ihrer jeweiligen Ableitungen übereinstimmen, lässt sich ebenfalls mit der Dämpfung erklären. Aufgrund dieser sind die „Bäuche“ der Sinusfunktionen nicht mehr symmetrisch zu ihren Extremum. Sie werden „rechts“ davon (zu einem späteren Zeitpunkt) stärker gestaucht als „links“ (früherer Zeitpunkt). Dadurch verschiebt sich das Extremum nach „links“ und entspricht dort wieder genau einer Phasenverschiebung von 90° . Eine andere Verschiebung an dieser Stelle wäre physikalisch auch nicht schlüssig. Am höchsten Punkt des Fluges, dem Umkehrpunkt, muss die Geschwindigkeit „0“ sein, da sie sich dann wieder in die entgegengesetzte Richtung bewegt. Die Maximalgeschwindigkeit liegt, wie bereits erwähnt, jedoch nicht dann vor, wenn die Elongation „Null“ beträgt, sondern bereits vorher. Die Dämpfung entsteht durch diverse Reibungen im System. Dies erzeugt eine kontinuierlich bremsende Kraft entgegen der Bewegungsrichtung. Wenn die Federkraft den Betrag der bremsenden Kraft unterschreitet, ändert sich das Vorzeichen der Beschleunigung und die Geschwindigkeit ist maximal. Zu diesem Zeitpunkt beträgt die Elongation noch nicht „Null“.

Anhand von sogenannten Phasenraumdiagrammen können diese „Verschiebungen“ noch anschaulicher dargestellt werden:

In Abbildung 7.1 werden der Verlauf von Beschleunigung und Geschwindigkeit gegenüber gestellt. Man erkennt, dass die Beschleunigung bei maximaler Geschwindigkeit stets den Wert „0“ annimmt (Punkt der maximalen Auslenkung von v liegt genau auf der a -Achse $\rightarrow \Delta\varphi = 90^\circ$). Die maximale Verzögerung herrscht jedoch stets vor dem Nulldurchgang der Geschwindigkeit (Punkt der maximalen Auslenkung von a liegt nicht genau auf der v -Achse $\rightarrow \Delta\varphi > 90^\circ$).

Analog verhalten sich Geschwindigkeit und Elongation (Abb. 7.2). Bei maximaler Elongation beträgt die Geschwindigkeit „0“. Sie ist jedoch vor dem Nulldurchgang der Elongation maximal. Die „Schneckenform“ der Diagramme kommt zu stande, da die Amplitude der Schwingungen dämpfungsbedingt stets abnimmt.

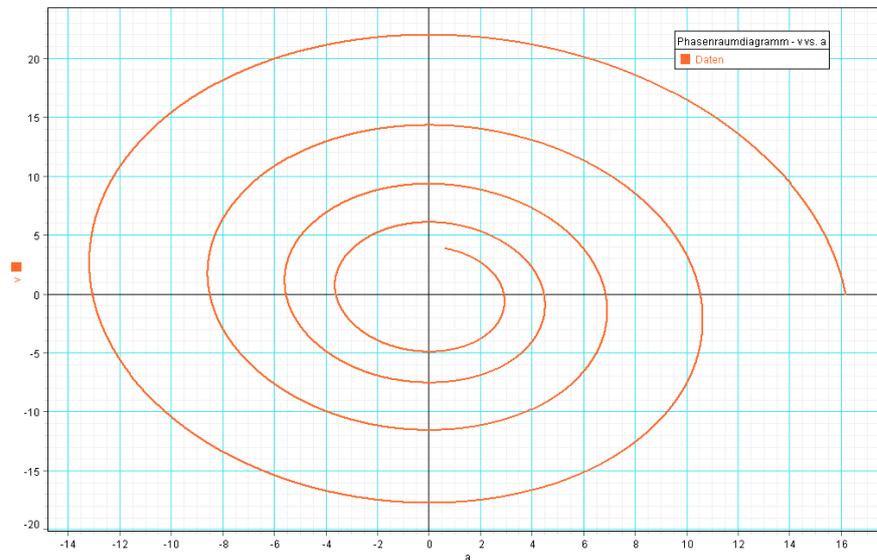


Abbildung. 7.1: Phasenraumdiagramm - Geschwindigkeit vs. Beschleunigung

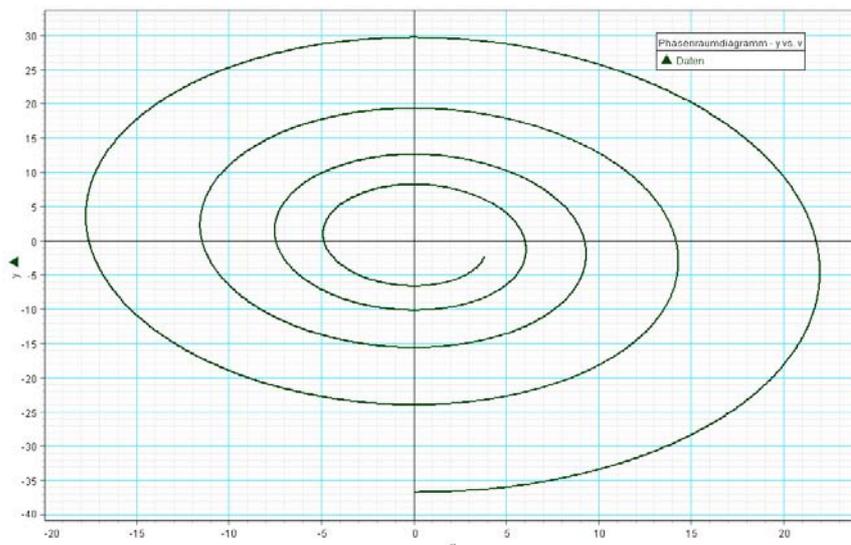


Abbildung 7.2 Phasenraumdiagramm – Elongation vs. Geschwindigkeit

6. Energiebetrachtungen

Da es sich beim Sky Shot -wie bei jeder realen Schwingung- um eine gedämpfte Schwingung handelt, nimmt die Gesamtenergie, welche sich aus potenzieller Energie, kinetischer Energie und Spannenergie im Federsystem zusammensetzt, ständig ab. Die ersten beiden konnte ich mit meinen Daten berechnen. Die Masse der Kugel (inklusive Passagiere) war mir jedoch nicht bekannt, somit konnte ich die Energien immer nur in Abhängigkeit zu dieser darstellen.

Der Zusammenhang der Energien kann folgendermaßen beschrieben werden:

$$E_{\text{Gesamt}}(t) = E_{\text{Kin}}(t) + E_{\text{Pot}}(t) + E_{\text{Spann}}(t) = E_0 e^{-\sigma t}$$

Physik: Bewegungslehre – Dynamikmessung im Freizeitpark

Die Datensätzen von $E_{Kin}(t)$ und $E_{Pot}(t)$ beinhalten bereits deren Dämpfung. Zu den Zeitpunkten $t_1=3,5s$ und $t_2=14,9s$ befindet sich die Kugel genau zwischen den Enden der Masten, also liegt dann die Gesamtenergie nur in kinetischer und potentieller Form vor. Durch diesen Ansatz dann die anfängliche Gesamtenergie E_0 und der Dämpfungskoeffizienten σ der Gesamtenergie bestimmt werden.

Da ich die Beträge von potenzieller und kinetischer Energie zu obigen Zeitpunkten nur sehr ungenau bestimmen konnte (somit auch σ und E_0 dementsprechend ungenau sind) und die Energien nur in Abhängigkeit von der unbekanntem Kugelmasse dargestellt werden können, habe ich die Energiebetrachtungen lediglich qualitativ durchgeführt. Viel interessanter als die Beträge der Energien ist ja auch, wie sich diese zueinander verhalten, oder besser gesagt, sich ineinander umwandeln. Ich habe die Spannenergie für diese Betrachtung als folgende Funktion dargestellt:

$$E_{Spann}(t) = 737J e^{-0,02s^{-1}t} - E_{Kin}(t) - E_{Pot}(t)$$

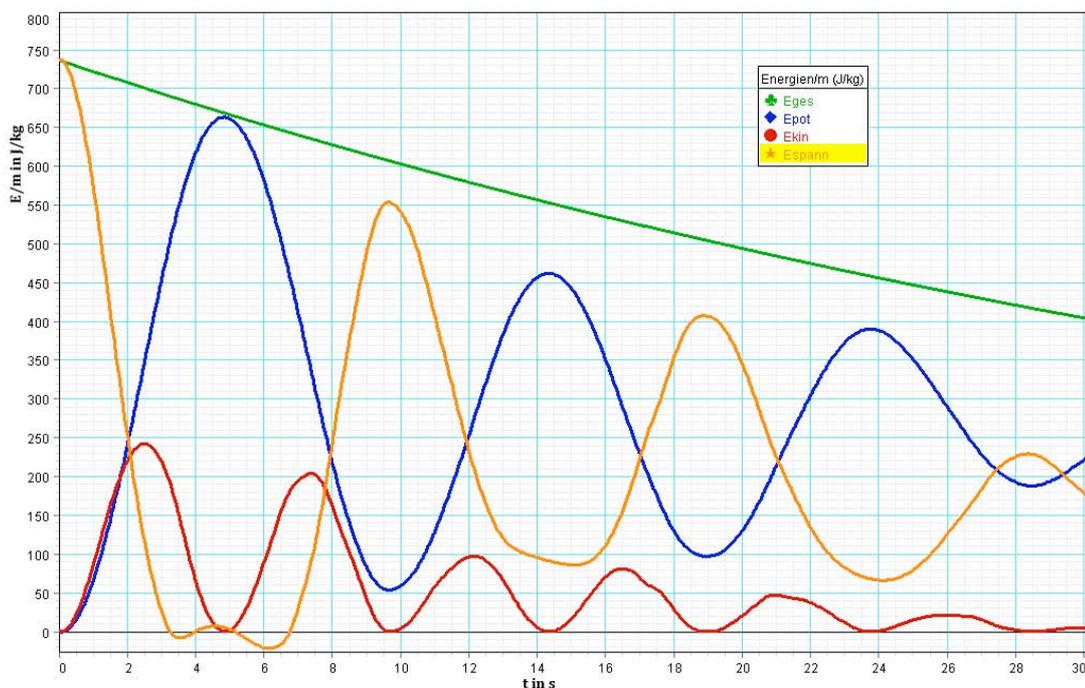


Abbildung 8: Darstellung der Energien

Am Graphen kann man sehr gut erkennen, wie sich die Energien ineinander umwandeln. Vor dem Start der Kugel liegt die gesamte Energie in Form von Spannenergie in den Federn des Spannsystems vor. Nach dem Abschuss wird diese in potenzielle und kinetische Energie umgewandelt. Im „Schwingungsmittelpunkt“ hat die Geschwindigkeit ihr Maximum erreicht und nimmt wieder ab. Die nun maximale kinetische Energie wird jetzt zusätzlich in Höhenenergie umgewandelt. Am höchsten Punkt der Schwingung liegt fast die gesamte Energie in potenzieller Form vor. Da die Kugel jedoch etwas höher fliegt als die Masten hoch sind, werden die Federn wieder ein wenig gespannt, was am Anstieg der Spannenergie in diesem Bereich zu sehen ist. Dass deren Werte hier auch ins Negative gehen ist mess- und modelltechnisch bedingt. Beim „Fall“ nach unten findet dann wieder eine Umwandlung der potenziellen in kinetische und Spannenergie statt. Am „Mittelpunkt der Schwingung“ wird die Kugel durch die Federn gebremst und im „Tal der

Physik: Bewegungslehre – Dynamikmessung im Freizeitpark

Schwingung“ steckt die Energie nur noch in potenzieller und zum größeren Teil in Spannenergie. Dann wiederholt sich der Vorgang bis das System entlastet wird und nicht mehr frei schwingt. Die kinetische Energie schwingt mit doppelter Periodendauer wie die potenzielle und die Spannenergie, da ihre charakteristische Größe, die Geschwindigkeit im Quadrat eingeht, also negative Geschwindigkeiten positive Energien ergeben.

7. Vergleich der Kurven

Im Folgenden sollen die auf verschiedene Arten gewonnenen Kurven miteinander verglichen werden. Die Farben der Kurven stehen jeweils für die Art der Datengewinnung:

- Über den barometrischen Höhensensor des GLX-Interfaces
- Über den Beschleunigungssensor des GLX (bei Höhen- und Geschwindigkeitskurve durch Integration der Beschleunigung)
- Durch Videoanalyse
- Darstellung der in Kapitel 5.4. aufgestellten Funktionen

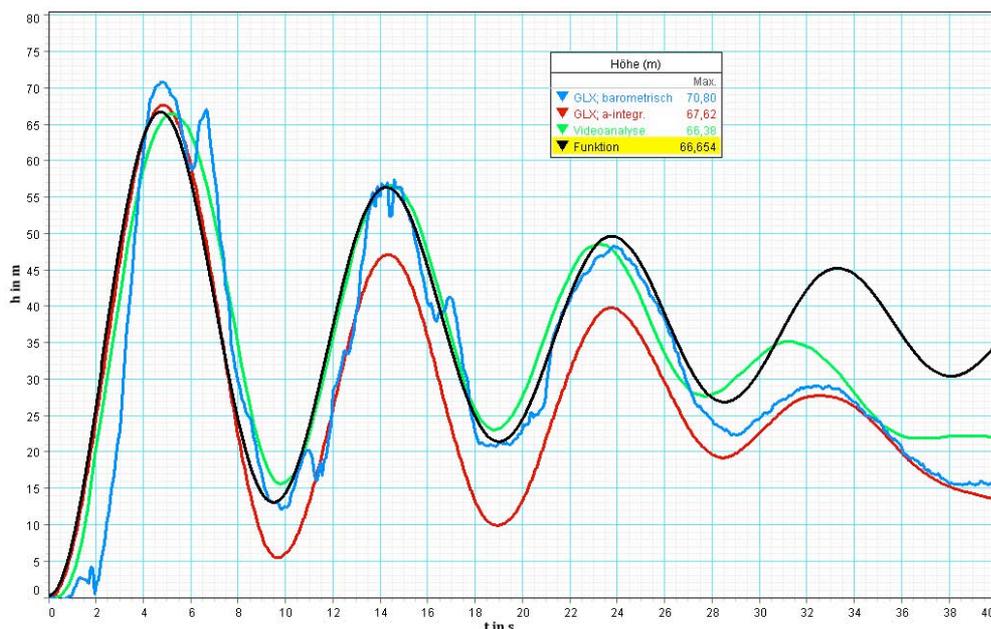


Abbildung 9.1: Darstellung der Höhe“

Die abweichenden Schwingungsdauern von den Daten des GLX und der Videoanalyse lassen sich dadurch erklären, dass der Flug, der mit dem GLX vermessen wurde, nicht derselbe war, der mit der Kamera zur Videoanalyse aufgenommen wurde. Also haben sich bei den Messungen auch nicht dieselben Personen in der Kugel befunden. Da $T \sim \sqrt{m}$ und die Schwingungsdauer bei den Daten der GLX-Messung länger ist, muss die Kugel bei diesem Flug schwerer gewesen sein. Durch das Verhältnis der Schwingungsdauern lässt sich das Massenverhältnis der Kugel bei den beiden Flügen bestimmen und führt zu dem Ergebnis, dass die Masse der Kugel beim Flug der GLX-Messwertaufnahme um 7% größer gewesen sein muss als bei dem Flug zur Aufnahme des Videos zur Videoanalyse.

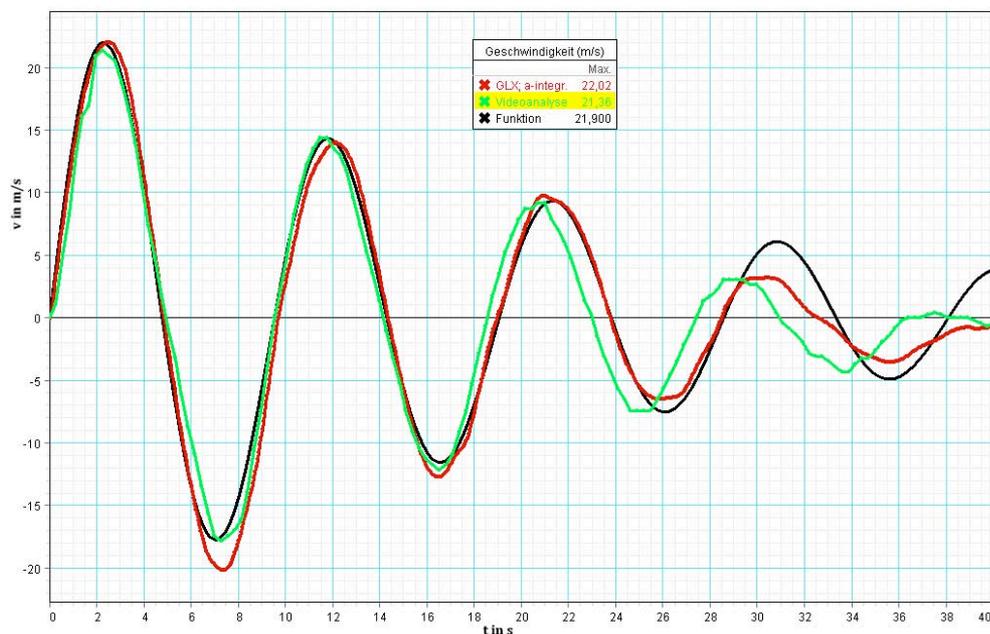


Abbildung 9.2: Darstellungen der Geschwindigkeit

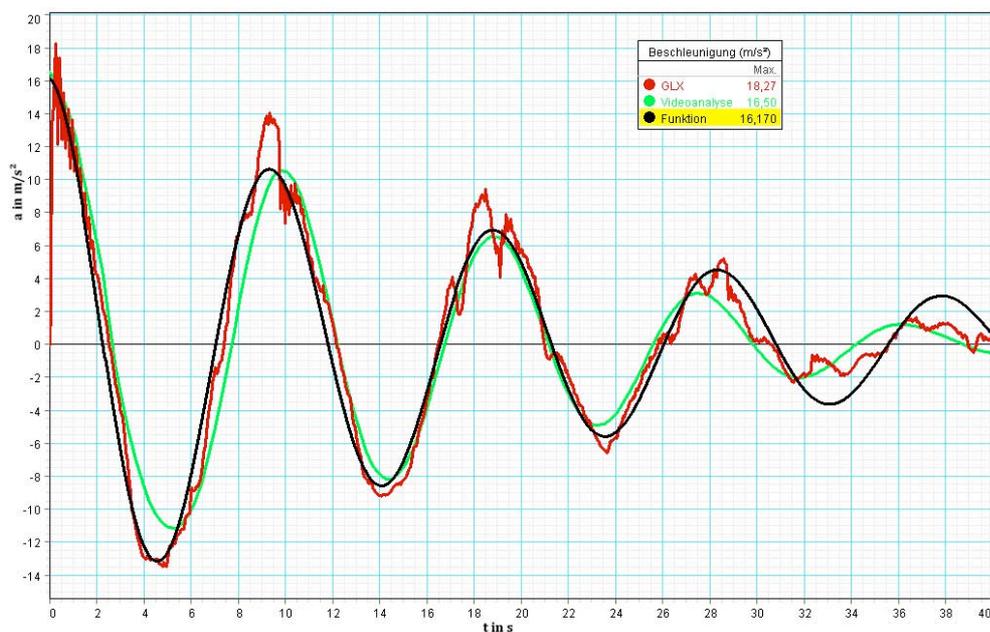


Abbildung 9.3: Darstellungen der Beschleunigung

8. Fazit

Als Schüler kann ich die Erfahrungen, die ich mit dem GLX gemacht habe, nur rundum positiv bewerten. Wir haben im Leistungskurs Physik wann immer es möglich war damit gearbeitet und dabei viel über experimentelles Arbeiten gelernt. Die Genauigkeit der Ergebnisse, die man durch Messungen mit dem GLX erhält, ist unglaublich. Für mich war klar, dass ich auch für meine Facharbeit das GLX verwenden möchte und ich wurde auch hier nicht enttäuscht. Alle Kurven, die

Physik: Bewegungslehre – Dynamikmessung im Freizeitpark

Ich bekommen habe, lassen sich sehr gut interpretieren und miteinander vergleichen. Auch die Auswertung der Daten am Computer mit „Data Studio“ lässt kaum Wünsche offen. So ist es auch möglich die Messdaten mit einem Video zu verknüpfen und dadurch den graphischen Verlauf der Messwerte parallel zum ablaufenden Video darzustellen.

Literatur

[1] I.N. Bronstein, Taschenbuch der Mathematik; 23. Auflage, 3.1. Differential- und Integralrechnung, S.306

Wolfgang Bennarndt

--