Schwingungsapparat

Mit dem Apparat lässt sich eine zusammenhängende Serie von Übungen über mechanische Schwingungen mit großer messtechnischer Genauigkeit ausführen. Es ist leicht, eine Reihe von longitudinalen Wellenphänomenen als Interferenz und Wellen hervorzubringen, und deren Gesetzmäßigkeiten nachzuweisen.

<u>Einige typischen Experimente</u>

Hookesches Gesetz

Freie Schwingungen	Messungen von Eigenschwingungsfrequenz als Funktion der Belastung (Messungen von Grundschwingungen)
Erzwungene Schwingungen	Resonanz, Schwingungsamplitude als Funktion der Zwangsfrequenz. Resonanzfrequenzen (Frequenzspektrum) für das System, mit Federbelastung.
Interferenz zwischen Wellen	Ohne Federbelastung (Analogie Akustik: Resonanz im halboffenen Rohr). Mit großer Federbelastung (Analogie Akustik: Resonanz im geschlossenen Rohr).

Der Apparat besteht aus einer vertikalen aufgehängten Feder mit Belastungsschale und magnetischen Belastungsgewichten sowie einer verstellbaren Induktionsspule. Darüber hinaus ist das Montierungsbrett mit Nivellierungsschrauben versehen.

Die Induktionsspule hat zwei Funktionen, und zwar

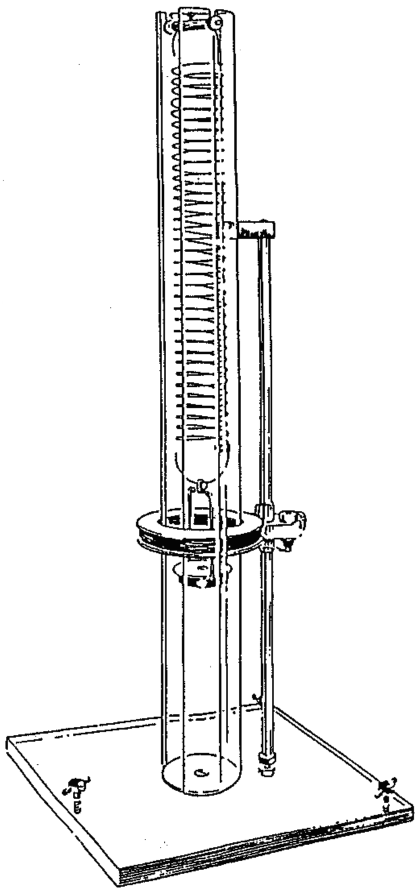
1. Im Falle von freien Schwingungen wird die Spule an einen (y,t)Schreiber angeschlossen, wodurch die Eigenschwingungszeiten sich genau bestimmen lassen.

2. Im Falle von erzwungenen Schwingungen wird die Spule an einen Funktionsgenerator angeschlossen, wodurch das Federpendel mit Belastung in magnetisch induzierte erzwungene Schwingungen gerät. Die Resonanzeigenschwingungsfrequenzen erscheint dann auf dem Funktionsgenerator, oder kann mit üblicher elektronischer Zählausrüstung festgelegt werden.

Zusammen mit dem Apparat werden Übungsanleitungen geliefert.

Versuchsaufstellungen:

1. Experiment: CL05105 + Gewicht + Lineal
2. Experiment: CL05105 + Schreiber
3. Experiment: CL05105 + Funktionsgenerator + Lineal
4. Experiment: CL05105 + Funktionsgenerator
5. Experiment: CL05105 + Funktionsgenerator
6. Experiment: CL05105 + Funktionsgenerator



Die in der Übungsanleitung erwähnten Experimente wurden mit folgender Ausrüstung ausgeführt.

1) CONATEX-Schwingungs- und Wellenapparat
2) (yt)-Schreiber
3) CL 01180 Funktionsgenerator mit direkter Digitalanzeige der eingestellten Frequenz
4) Lineal von 30 cm

EXPERIMENTE MIT SCHWINGUNGS- UND WELLENAPPARAT

Technische Daten:

Federkonstante	K = 3,3 N/m
Eigenmasse der Feder	m = 0,015 Kg
Die Masse der Schale	0,015 Kg
Belastungsgewichte, Magnete je von	0,015 Kg

Es soll hervorgehoben werden, dass diese Daten von einem Apparat zum anderen variieren können und dass andere als die in der Übungsanleitung verwendeten Magnettypen mit dem Apparat geliefert werden können.

Ausrüstung für die Experimente:

Die Experimente in dieser Übungsanleitung wurden mit der auf Seite 2 erwähnten Ausrüstung ausgeführt, können aber natürlich auch mit anderen üblichen Ausrüstungen gemacht werden, z.B.

CONATEX-Schwingungs- und Wellenapparat (y,t) Schreiber mit passender Verstärkung Funktionsgenerator, : z.B. CL1181 Elektronischer Zähler, z.B. CL1182, CL11825 eventuell kann Vibrationsgenerator CL5130 in Frage kommen (in Experiment 3, aber nur in einer andere Weise, das Experiment auszuführen); die Idee mit dem CONATEX- Schwingungs- - und Wellenapparat ist, dass der Apparat Wellen erzeugen kann.

Theorie:

Die Theorie gibt folgende Formel zur Entscheidung von den Eigenschwingungsfrequenzen

$$\cot\left(2\pi\nu\sqrt{\frac{m}{K}}\right) = \frac{M}{m}\left(2\pi\nu\sqrt{\frac{m}{K}}\right) \quad , \text{ wobei}$$

K = Die Federkostante
m = Die Eigenmasse der Feder
M = Die Belastung (Schale + Gewichte)

DIE EXPERIMENTE

1. Experiment: Vorbereitende Messungen

Zweck: Die makroskopischen Größen festzulegen

m_{Feder}, m_{Schale}, $m_{Gewichte}$ und die Federkonstante K

Das Federpendel wird vom Acrylrohr entfernt, auseinander genommen und alle Teile werden separat gewogen. Es wird wieder montiert und die Nivellierungsschrauben werden eingestellt, so dass das Pendel frei und senkrecht hängt. Mittels eines Lineals von 30 cm wird die unterste Kante der Schale fixiert. Die Schale wird nun mit einer zusätzlichen Masse belastet, wonach man die neue Stellung fixiert. Hierdurch wird die Federkonstante gemäß Hookeschem Gesetz bestimmt.

2. Experiment: Freie Schwingungen (Eigengrundschwingungsfrequenzen)

Zweck: Mittels der Induktionsspule, an einen (y,t) Schreiber angeschlossen, setzen wir nun die Schale mit Belastung außer Gleichgewichtstellung und in freie Schwingungen, und die Grundeigenschwingungsfrequenz wird dem aufgezeichneten Graphen des Schreibers gemäß für verschiedene Belastungen M bestimmt.

Man fängt z.B. mit Schale + einem Gewicht M = 0,030 Kg an, und die unterste Kante der Schale soll einige wenige cm über der Induktionsspule angebracht sein.

Das schwierigste Teilexperiment im 2. Experiment sind freie Schwingungen nur von der Feder. Hier verwendet, man einen kleinen Magnet (nicht im Lieferumfang enthalten) von etwa 1/2 g (kleine Masse), der mit einem Loch versehen ist, damit er sich einfach auf das freie Ende der Feder setzen lässt. Die Induktionsspule wird verschoben, so dass sie sich nur wenige mm unter dem kleinen Magnet befindet.

Allgemeines — Das System soll senkrecht und ruhig schwingen, um die saubersten Anzeigen auf dem Schreiber zu bekommen. Es soll aber betont werden, dass die Graphen nur zur Bestimmung der Schwingungszeiten und dadurch der Eigenschwingungsfrequenzen (anstatt des traditionellen Verfahrens mit Stoppuhr und Zählungen) dienen.

Schema für 2. Experiment:

Messungen		Berechnung nach	
M	ν gemessen	$\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{K}{M}}$	$\cot\left(2\pi\nu\sqrt{\frac{m}{K}}\right) = \frac{M}{m}\left(2\pi\nu\sqrt{\frac{m}{K}}\right)$
Kg	Hz	Hz	Hz
0			
0,015	2,02	2,36	2,04
0,030	1,50		1,55
0,045			
0,060			

Die Ergebnisse dieses Experiments sind aus dem beiliegenden Graphen ersichtlich.

Relevante Approximationsformeln für die transcendente Gleichung in Kotangens sind:

Für große Massen $\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{K}{M}}$

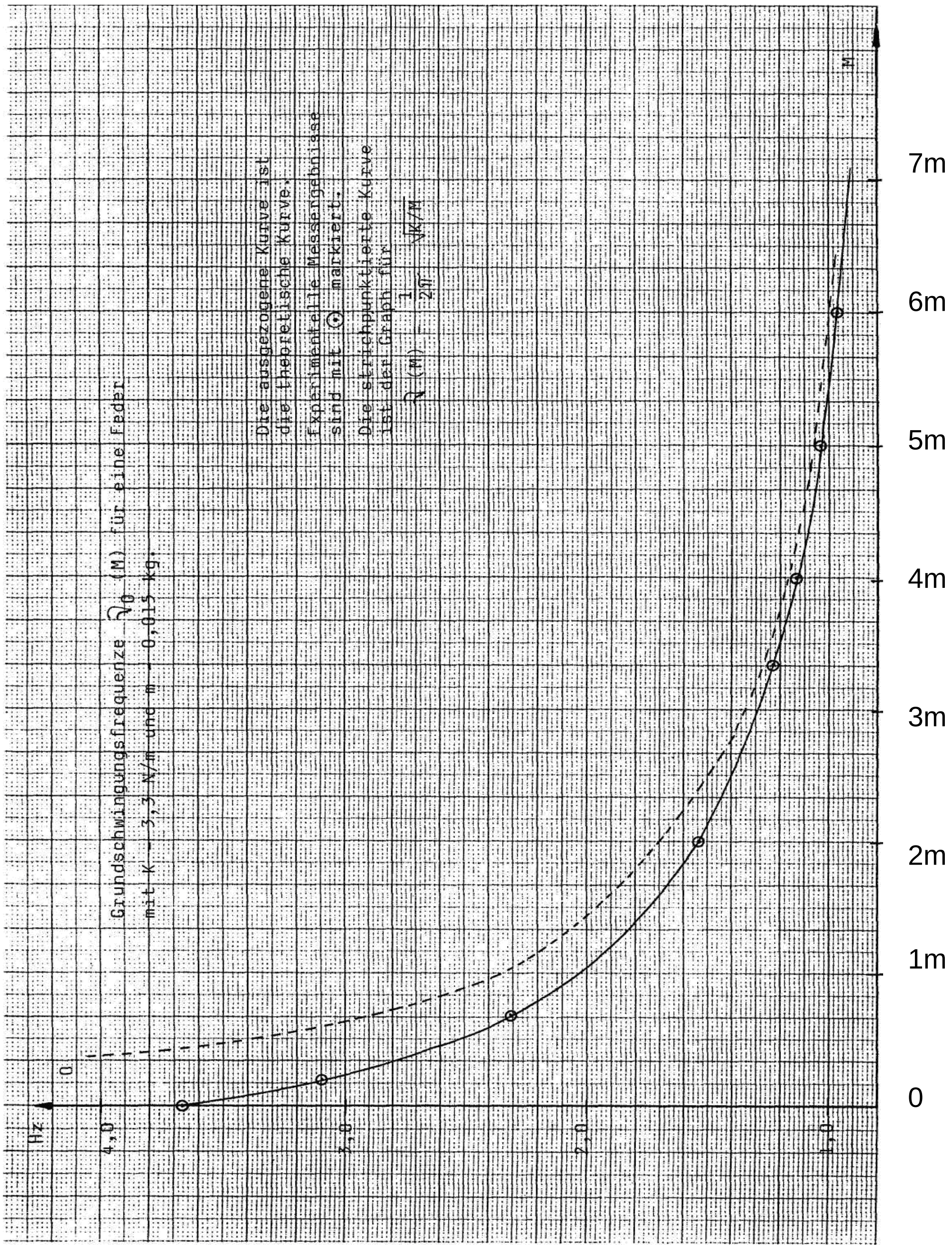
Für sehr kleine Massen $\nu = \frac{1}{2^{5/2}}\sqrt{\frac{K}{M + m/2}}$

Für $m/2 \leqq M <$ einige wenige Federmassen $\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{K}{M + m/3}}$

Aus dem Graph auf Seite 6 ist ersichtlich, dass experimentelle Messergebnisse für M < 4m ganz klar Abweichung von der Formel v = 1/2 π • √(K/M) und dadurch von der Theorie zeigen, auf welche die Formel aufbaut. Wiederum gibt es eine feine Übereinstimmung mit den Frequenzen von der transcendenten Gleichung (in Cotangens),

Weil es darüber hinaus wohlbekannt ist, dass sorgsame Schüler bei der Ausführung von diesem klassischen Experiment oft schlechtere Ergebnisse als weniger sorgsame Schüler haben, muss man dieses klassische Experiment und besonders seine Theorie wenn M < 4m in Frage stellen.

Das Experiment mit obiger Ausrüstung ausgeführt ist aber wohlgeeignet für den Lehrer, eine bessere Theorie aufzustellen - mehr in Übereinstimmung mit experimentellen Messergebnissen.



3. Experiment: Erzwungene Schwingungen – Resonanz

Die Schwingungsamplitude als Funktion der Zwangsfrequenz

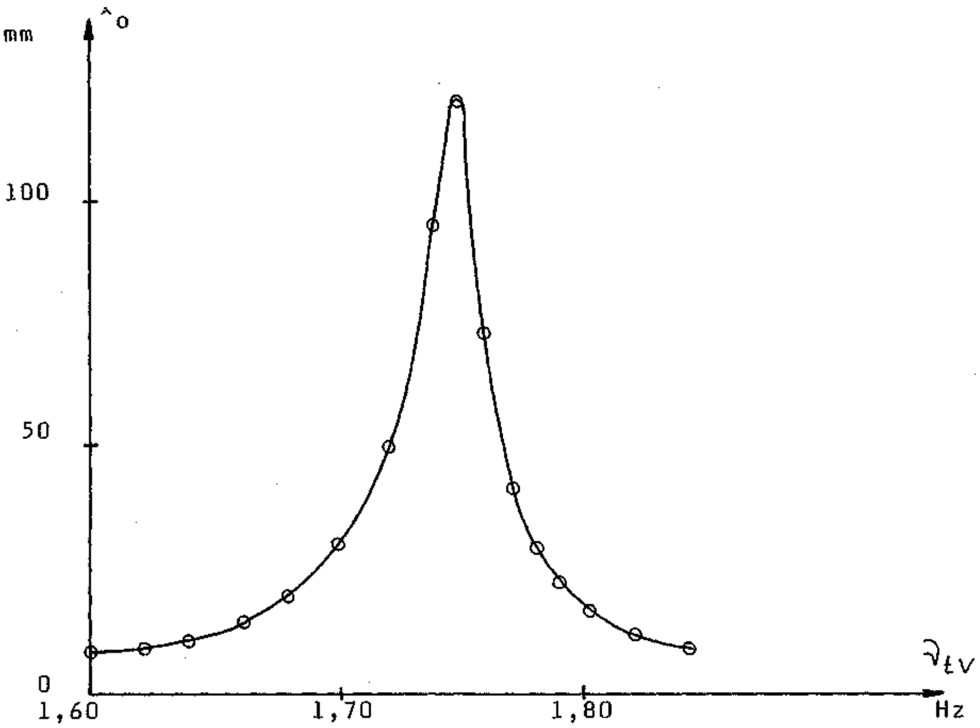
Zweck: Die Kurve einer Amplitudenresonanz für ein mechanisches System aufzunehmen

Dem System wird von einem Funktionsgenerator über die Induktionsspule eine bestimmte Zwangsfrequenz aufgezwungen, die in der Nähe von der Eigenschwingungsfrequenz des Systems liegt. Die kleine Eigenschwingungsfrequenz bewirkt aber, dass das Einschwingungsphänomen lange andauernd wird, und einige Zeit eben mit der Zwangsfrequenz wird vergehen, ehe das System stabil schwingt, damit man die dazugehörende Amplitude X_o mit einem Lineal in senkrechter Position bestimmen kann.

Folgende Prozedur wurde zur Aufnahme von untenstehendem Graphen verwendet. Belastung $M = m_{Schale} + m_{Gewicht}$ = 22 Gramm und Frequenzintervall zwischen 1,60 Hz und 1,82 Hz. Entsprechend der größer werdenden Schwingungsamplitude, wird die Induktionsspule immer weiter nach unten verschoben, so dass das Gewicht die ganze Zeit ***über*** der Induktionsspule schwingt. Da es im System eine schwache Dämpfung gibt, kann man die Resonanzkurve aufnehmen. Die Resonanzfrequenz ist leicht zu bestimmen, wogegen Forderungen an die Einstellung und Messung der Zwangsfrequenz gestellt werden müssen.

Anstatt magnetisch induzierte erzwungene Schwingungen mit der Induktionsspule hervorzubringen, kann eine ganz andere Technik verwendet werden. Das Federpendel wird auf dem Vibrator Z.B. CL5130 festgespannt, der dann auf dem senkrechten Acrylrohr angebracht wird. Die Induktionsspule wird nach ganz unten auf die Grundplatte geschoben und hat dann keine Funktion. Der Vibrator wird mit Spannung vom Funktionsgenerator versehen, und Experimente mit erzwungenen Schwingungen können ausgeführt werden. Die lange Einschwingungszeit wird aber auch mit dieser Technik ärgern.

Wegen der langen Einschwingungszeit für ein so langsam schwingendes mechanisches System wird hier auf das 7. Experiment "Analogien" verwiesen, mit dem sich die Kurve von einer Spannungsresonanz für einen elektrischen Parallelkreis leicht aufnehmen lässt.



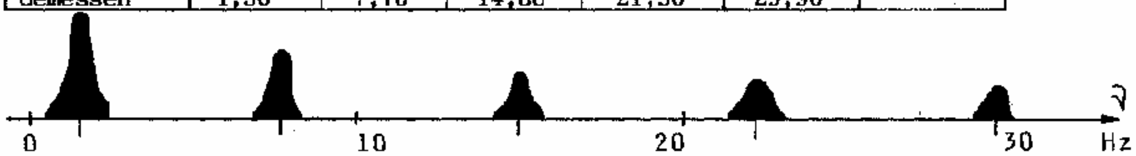
4. Experiment: Resonanzfrequenzen für das gekoppelte System, Feder mit Belastung.

Zweck: Beweisen, dass ein zusammengesetztes System bestehend aus Feder mit Belastung in weitere Resonanzschwingungen außer der Grundschwingungsfrequenz gebracht werden kann; d.h. das ein System mehrere Resonanzfrequenzen hat.

Theorie: Die transzendente Gleichung in Kotangens soll verwendet werden.

Experiment: M= 2m und mit der Induktionsspule an den Funktionsgenerator angeschlossen, und die Spule ein bisschen unter der Schale mit einem Magnet platziert, wird das System in erzwungenen Schwingungen gebracht.

M = 2m	ν_0 Hz	ν_1 Hz	ν_2 Hz	ν_3 Hz	ν_4 Hz	
Berechnet	1,55	7,78	15,02	22,37	29,76	
Gemessen	1,50	7,70	14,80	21,90	29,90	



<u>5. Experiment:</u> Interferenz zwischen Wellen, ***ohne*** Federbelastung, Analogie Akustik: ***Resonanz im halboffenen Rohr***.

<u>Zweck:</u> Stellende Wellen auf der frei senkrecht aufgehängten Feder hervorzubringen.

Der kleine Magnet von etwa 0,5 g wird am freien Ende der Feder angehakt. Die Masse von diesem kleinen Magnet ist in der Praxis sehr klein. Mit der Induktionsspule am Funktionsgenerator angeschlossen und die Spule dem kleinen Magnet gegenüber platziert, am besten ein bisschen unter dem Magnet, werden Verformationen durch das elastische Medium, die Feder, geleitet, und diese Verformationen werden vom festen Aufhängepunkt reflektiert.

Auf der Feder entstehen dann für bestimmte Zwangsfrequenzen stehende Wellen, und auf der Feder wird sich dann eine Verteilung von Schwingungsknoten und Schwingungsbäuchen ergeben.

<u>Theorie:</u> Nach Erzeugung von einer stehenden Welle auf dem Medium ist die Zwangsfrequenz eben eine Eigenschwingungsfrequenz für das System, weshalb wir dann die Theorie für Eigenschwingungszustände für die Feder verwenden können. Wir sollen nur die Gleichung auflösen

$$\cot\left(2\pi\nu\sqrt{\frac{m}{K}}\right) = \frac{M}{m}\cdot\left(2\pi\nu\sqrt{\frac{m}{K}}\right)$$

unter der Voraussetzung $M = o$, die folgende Auflösungen haben

$$2\pi\nu\sqrt{\frac{m}{K}} = \frac{\pi}{2} + p\pi \quad \text{mit } p = 0,1,2,3,4,\ldots$$

was auch ausgedrückt werden kann

$$\underline{\nu = \frac{n}{4}\cdot\sqrt{\frac{K}{m}}} \quad \text{mit } n = 1,3,5,7,\ldots\ldots..$$

n		ν theoretisch	ν gemessen
1	Grundschwingung	3,71	3,76
3	1. Überschwingung		
5	2. Überschwingung	18,5	18,5
7	3. Überschwingung		
9	4. Überschwingung		

Das einfachste ist, erst nach dem 2. Überschwingungszustand zu suchen. Die Resonanz ist sehr scharf, und man muss den Funktionsgenerator sorgfältig einstellen. - Eventuell wird die Spannungsamplitude des Funktionsgenerators geändert.

<u>6. Experiment:</u> Interferenz zwischen Wellen, mit großer Federbelastung, Analogie Akustik: Resonanz im geschlossenen Rohr.

<u>Zweck:</u> Stehende Wellen auf der senkrecht aufgehängten Feder mit großer Belastung hervorzubringen (M=4m).

Mit der Induktionsspule an den Funktionsgenerator angeschlossen und die Spule ein bisschen unterhalb der schweren Masse angebracht, wird die schwere Belastung in sehr kleine Schwingungen versetzt. Diese Verformungen breiten sich durch das elastische Medium, die Feder, aus. Die Verformungen werden vom festen Aufhängepunkt reflektiert. Wenn die Belastung groß ist, kann die Kupplung der Feder an der Schale wie ein beinahe fester Reflexionspunkt wirken. Das Ergebnis ist, dass sich auf der Feder für gewisse Zwangsfrequenzen eine Verteilung von Schwingungsknoten und Schwingungsbauchen, den festen Reflexionspunkten an beiden Enden entsprechend, ergeben wird.

<u>Theorie</u>: Auch in diesem Experiment gilt

$$\cot\left(2\pi\nu\sqrt{\frac{m}{K}}\right) = \left(2\pi\nu\sqrt{\frac{m}{K}}\right)\cdot\frac{M}{m},$$

aber als M >> m (jedoch im Experiment M = 4m) ergibt sich

$$\nu = \frac{n}{4}\cdot\sqrt{\frac{K}{m}} \quad \text{für} \quad n = 2,4,6,8,\ldots$$

n		ν theoretisch	ν gemessen
2	Grundschwingung	7,42 Hz	7,60 Hz
4	1. Überschwingung		15,3 -
6	2. Überschwingung		23,0 -
8	3. Überschwingung		
10	4. Überschwingung		
12	5. Überschwingung		45,9 -
			60,9 -

Das einfachste ist, die 2. Überschwingung erst zu finden. Die Resonanz ist sehr scharf und stellt sich schnell ein.

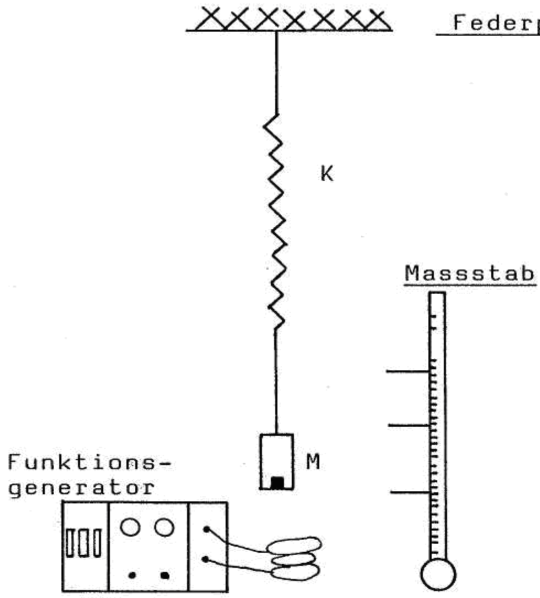
Eine Voraussetzung für gute qualitative und quantitative Versuchsergebnisse ist die, ***dass die Feder am oberen Punkt gut festgespannt ist.***

Gute quantitative Ergebnisse setzen voraus, dass die makroskopischen Größen für "Ihren" Apparat (siehe 1. Experiment) bekannt sind und dass die Zwangsfrequenz unmittelbar einstellbar und ablesbar ist.

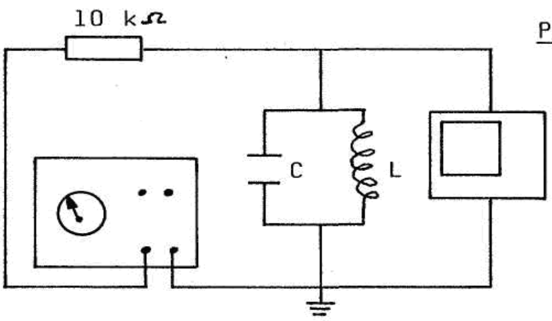
7. Experiment: "Analogien" über einfache harmonische Oszillatoren.

Federpendel:

$$\nu_r = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{K}{M}}$$



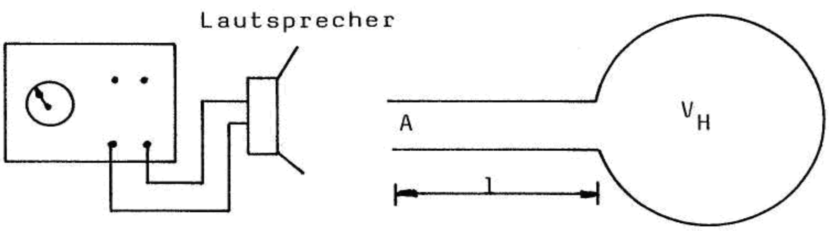
Parallelresonanzkreis:



Oscilloskop

$$\nu_r = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{LC}}$$

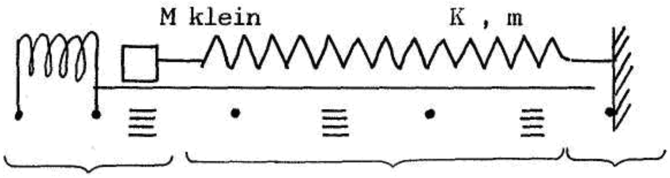
Helmholtz'Resonator:



$$\nu_r = \frac{c}{2\pi}\sqrt{\frac{A}{l \cdot V_H}}$$

8. <u>Experiment</u>: "Analogien" über komplexe Systeme, unendlich viele Resonanzen.

<u>Das Federpendel</u>:



$$\nu_r = \frac{m}{4}\sqrt{\frac{K}{m}}$$

mit n = 1,3,5,7,....

Das Ergebnis vom Experiment Nr. 5, Seite 9.

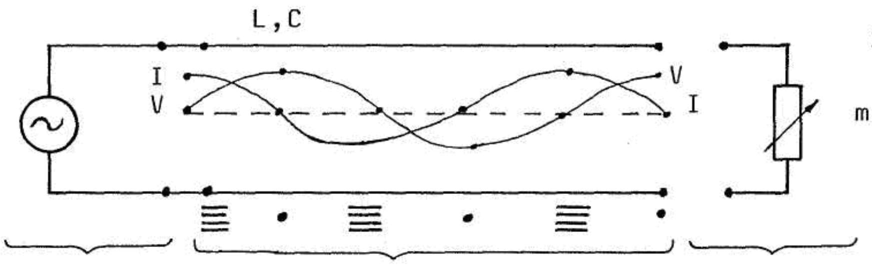
Generator
Wenn M ist klein
ist Z_G = o

Transmissionslinie

Belastung
Wenn die Feder festgespannt ist
dann ist $Z_B \infty$

<u>Die Wanderwellen</u> (Deformationen), die hin und her gehen, werden von der Belastung als auch vom Generator reflektiert. Bei der Belastung wird die Wellenspitze als Wellental reflektiert. Für bestimmte Frequenzen des Generators werden stehende Wellen auf der Feder gestaltet.

<u>Die offene, verlustfreie Transmissionsleitung</u>:



$$\nu_r = \frac{m}{4}\sqrt{\frac{1}{LC}}$$

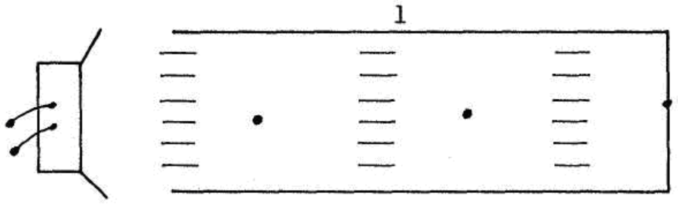
mit n = 1,3,5,7,....

Hochfrequenz-
generator
mit Z_G = o

Transmissionsleitung:
Die Zweidrahtleitung
oder Koaxialkabel

Belastung, hier ist
$Z_B \infty$, wenn das Kabel
offen ist.

<u>Das halboffene Resonanzrohr</u>:



$$\nu_r = \frac{m}{4} \cdot \frac{c}{l}$$

mit n = 1,3,5,7,....