

Schiefe Ebene, Komplett

[BAD_1132020.doc]



Vorwort

Eine *Schiefe Ebene* ist in der Mechanik eine gegen die Horizontale geneigte Fläche. Man verwendet sie, um eine Kraft, die man aufbringen muss um einen Höhenunterschied auszugleichen, zu verringern. Aber die Arbeit, die man dabei verrichten muss, bleibt gleich. Die *Schiefe Ebene* ist eine der einfachsten Maschinenkonstruktionen der Geschichte.

Hat eine *Schiefe Ebene* einen Neigungswinkel von 45 Grad (gleich 100% Steigung), so kann die senkrechte Strecke, die man zum Heben eines Gewichts zurücklegen müsste, von 100 m auf nur ca. 14 m verkürzt werden. Dadurch reduziert sich die Kraft, die man dazu aufwenden muss auf ca. 70%! Der Kraftaufwand verringert sich umso mehr, je geringer die Steigung ist. Bei einer Steigung von 22 Grad würde sich die Strecke auf 22 m verlängern und der Kraftaufwand auf 45% sinken.

Man kann das Prinzip der schiefen Ebene an vielen Dingen beobachten, z.B. bei Rampen oder Serpentinstraßen. Ein weiteres Beispiel ist das Gewinde einer Schraube, das hier besonders betrachtet wird.

Inhalt

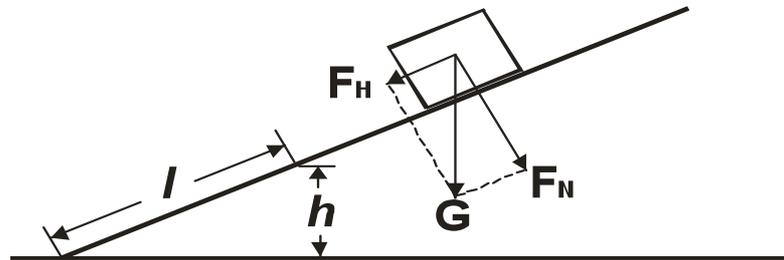
	Seite
1. Schiefe Ebene	
1.1 Hangabtriebskraft und Normalkraft als Funktion der Masse Gemessene Werte	3
1.2 Hangabtriebskraft und Normalkraft als Funktion des Neigungswinkels Berechnung mit den Winkelfunktionen	4
1.3 Vergleich der berechneten- und gemessenen Werte	5
2. Haft-, Gleit- und Rollreibung	
2.1 Wie entsteht Reibung?	6
2.2 Haftreibung an der schiefen Ebene	7
2.3 Haft-, Gleit- und Rollreibung - Unterscheidung	8
3. Kräfte und Wege an der festen Rolle	
3.1 Last, Kraft und Weg	9
3.2 Arbeit an der festen Rolle	10
3.3 Vergleich der Arbeit beim senkrechten Heben mit der Arbeit an der schiefen Ebene	11
4. Anwendung der „Schiefen Ebene“	
4.1 Schraubenmodell	12

Die Urheberrechte für diese Anleitung liegen bei DIDACTEC e.K.

Hangabtriebskraft und Normalkraft als Funktion der Masse
Messen der Werte

Definition:

Gewichtskraft G
 Hangabtriebskraft F_H
 Normalkraft F_N
 Strecke l
 Höhe h



Erläuterung

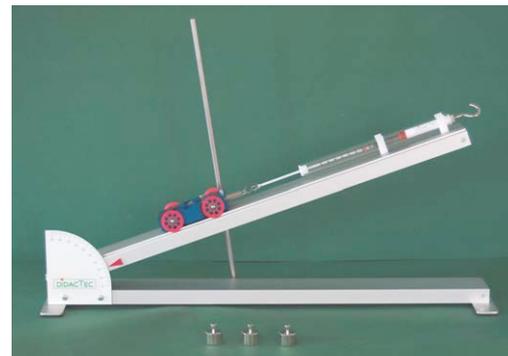
An jeder Steigung (schiefe Ebene) entsteht eine Kraft, die Hangabtriebskraft F_H . Beim Bergauffahren muss diese Kraft überwunden werden, beim Bergabfahren treibt sie ein Fahrzeug an.

Die Hangabtriebskraft verschwindet bei waagerechter Ebene und ist bei senkrechter Ebene ebenso groß wie das Gewicht des betrachteten Körpers.

Die Kräfte eines Körpers auf einer schiefen Ebene können am einfachsten beschrieben werden, wenn man die Gewichtskraft G auf den Körper vektoriell in eine Hangabtriebskraft F_H und eine Normalkraft F_N zerlegt. Je höher man die schiefe Ebene stellt, umso größer ist die Steilheit.

Versuchsaufbau

Versuch gemäß Foto aufbauen.



Die Steilheit ist gekennzeichnet

durch den Quotienten $\frac{h}{l}$

Versuchsdurchführung

Erhöhung des Wagengewichts (180 g) mittels beiliegenden Gewichten (je 50 g).
 Messung der Gewichtskraft G bei schwebendem Wagen durchführen.

Tabelle

G	h	s	$\frac{h}{l}$	F_H
180 g				
230 g				
280 g				
330 g				
380 g				

Auswertung

Die Hangabtriebskraft F_H ist immer ein Bruchteil der Gewichtskraft G .

Dieser Bruchteil entspricht der Steilheit $\frac{h}{l}$.

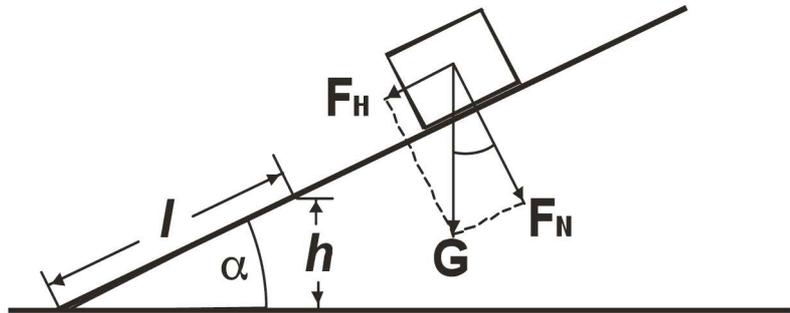
Die Hangabtriebskraft F_H errechnet man aus dem Körpergewicht (Gewichtskraft)

und der Steilheit $F_H = G \cdot \frac{h}{l}$

Hangabtriebskraft und Normalkraft als Funktion des Neigungswinkels
 Vektorielle Berechnung

Definition:

Gewichtskraft	G
Hangabtriebskraft	F_H
Normalkraft	F_N
Neigungswinkel	α
Strecke	l
Höhe	h



Erläuterung

Vergleich der gemessenen mit den berechneten Werten:

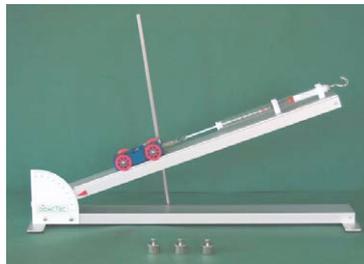
Da die Hangabtriebskraft F_H parallel und die Normalkraft F_N senkrecht zu der im Winkel α geneigten Fläche wirkt, gilt für: $F_H = G \cdot \sin \alpha$ und $F_N = G \cdot \cos \alpha$

Überprüfung im Versuch:

Messung der Kräfte F_H und F_N bei verschiedenen Neigungswinkel α mit den Dynamometern. F_N möglichst senkrecht zur geneigten Ebene messen. Den Wagen dabei soweit anheben, dass er die Fläche gerade noch berührt.

Versuchsaufbau

Versuch gemäß Foto aufbauen.



Tabelle

$\frac{l}{cm}$	$\frac{F_H}{N}$	$\frac{F_N}{N}$

Überprüfung mathematisch:

$$\sin \alpha = \frac{h}{l} \text{ und } \cos \alpha = \sqrt{1 - \left(\frac{h}{l}\right)^2}$$

Für die Hangabtriebskraft F_H gilt:

$$F_H = G \cdot \frac{h}{l} \quad (\sin \alpha \text{ durch } \frac{h}{l} \text{ ersetzen})$$

Für die Normalkraft F_N gilt:

$$F_N = G \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{h}{l}\right)^2} \quad (\cos \alpha \text{ ersetzt durch } \sqrt{1 - \left(\frac{h}{l}\right)^2})$$

Vergleich der gemessenen und berechneten Werte

Tabelle Hangabtriebskraft F_H

$\frac{s}{cm}$	$\frac{F_H \text{ gemessen}}{N}$ (Versuch 1)	$\frac{F_H \text{ berechnet}}{N}$ (Versuch 2)

Tabelle Normalkraft F_N

$\frac{s}{cm}$	$\frac{F_N \text{ gemessen}}{N}$ (Versuch 1)	$\frac{F_N \text{ berechnet}}{N}$ (Versuch 2)

Ergebnis

Für die Normalkraft F_N ergibt sich eine systematische Abweichung zwischen gemessenen und berechneten Werten.

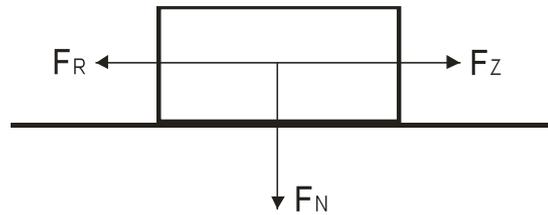
Diese Abweichung entsteht dadurch, dass der Wagen bei der Messung der Kraft teilweise noch unterstützt wird.

Haft-, Gleit- und Rollreibung Wie entsteht Reibung?

Definition:

Normalkraft
Reibungskraft
Zugkraft

F_N
 F_R
 F_Z

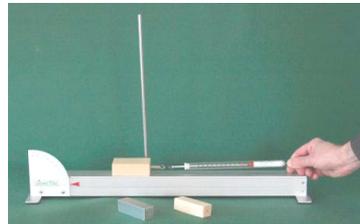


Erläuterung

Die Oberflächen von Körpern sind nie vollkommen glatt. Sie besitzen kleine Unebenheiten, die sich ineinander verzahnen, wenn zwei Körper aufeinander liegen (Rauheit der Oberfläche). Sollen sie übereinander gleiten, so muss dazu eine Kraft aufgewendet werden. Diese Kraft muss dabei gerade so groß sein wie die Reibungskraft

Versuchsaufbau

Versuch gemäß Foto aufbauen.



Versuchsdurchführung

In den kleinen Holzklotz einen Haken stecken. Mit einem auf Nullpunkt gestellten Dynamometer zunächst die Normalkraft F_N (Gewicht) des Klotzes messen und in der Tabelle notieren. Dann das Dynamometer und den Klotz gemäß Foto anordnen. Die Kraft messen, bei der sich der Klotz gerade anfängt zu bewegen. Das ist die **Haftreibungskraft**.

Nun den Klotz mit dem Dynamometer bei verschiedenen Geschwindigkeiten über die waagerechte Fläche ziehen. Die dabei am Dynamometer angezeigte Kraft ist die **Gleitreibungskraft**. Haft- und Gleitreibungskraft in die Tabelle eintragen.

Nun den Versuch mit dem größeren Holz- und danach mit dem Aluminiumklotz wiederholen und die Messwerte ebenfalls in die Tabelle eintragen. Es erhöht sich hierbei jedes Mal die Normalkraft F_N bzw. die Kraft mit der die aufeinander gleitenden Flächen zusammengepresst werden.

Tabelle

Material	Materialgewicht / Newton	Haftreibungskraft / Newton	Gleitreibungskraft / Newton
Holzkörper, klein			
Holzkörper, groß			
Aluminiumkörper			

Ergebnis

Die Haftreibungskraft ist größer als die Gleitreibungskraft.

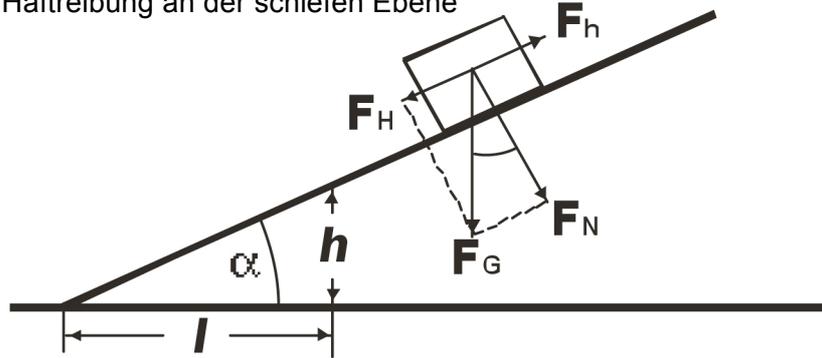
Um die Haftreibungskraft F_R zu überwinden, muss die Zugkraft F_Z mindestens gleich groß sein, also $F_R = F_Z$

Wie die Tabelle zeigt muss bei höherem Gewicht auch eine höhere Reibungskraft überwunden werden. Die Reibungskraft ist ein Teil der Normalkraft.

Haft-, Gleit- und Rollreibung
Haftreibung an der schiefen Ebene

Definition:

- Gewichtskraft F_G
- Hangabtriebskraft F_H
- Normalkraft F_N
- Haftreibungskraft F_h
- Neigungswinkel α
- Strecke l
- Höhe h
- Haftreibungszahl μ
- Fläche in cm² A



Erläuterung

Ermittlung der Haftreibungszahl μ aus dem Gleichgewicht zwischen Hangabtriebskraft F_H und Haftreibungskraft F_h .



Auf einen Körper mit dem Gewicht F_G wirkt parallel zu einer schiefen Ebene die Hangabtriebskraft F_H . $F_H = F_G \cdot \sin \alpha$. Und senkrecht zur schiefen Ebene die Normalkraft F_N . $F_N = F_G \cdot \cos \alpha$

Diese Abhängigkeit vom Neigungswinkel α kann zur Bestimmung der Haftreibungszahl μ eines Körpers genutzt werden. Dabei wird die Steilheit der Ebene, auf der sich der Körper befindet, solange erhöht, bis der Körper seine Haftung verliert und zu gleiten beginnt. Die Haftreibungskraft F_h steht dann gerade mit der Hangabtriebskraft F_H im Gleichgewicht.

Mathematisch gilt dann: $\tan \alpha = \frac{h}{l}$

Setzt man die Haftreibungszahl μ nun proportional zur Normalkraft F_N ergibt sich: $F_h = \mu \cdot F_N$

Aus dem Kräftegleichgewicht $F_H = F_h$ ergibt sich $F_H = \mu \cdot F_N$ oder $\mu = \frac{h}{l}$

Tabelle

Körper	$\frac{\text{Fläche}}{\text{cm}^2}$	$\frac{l}{\text{cm}}$	$\frac{\mu}{\text{berechnet}}$
Holz, klein			
Holz, groß			
Aluminium			

Haft-, Gleit- und Rollreibung Unterscheidung

Bei der Reibung von festen Körpern unterscheidet man zwischen Haft-, Gleit- und Rollreibung. Die **Haftreibungskraft** ist die Kraft, die mindestens notwendig ist, um einen Körper aus der Ruhe in Bewegung zu setzen.

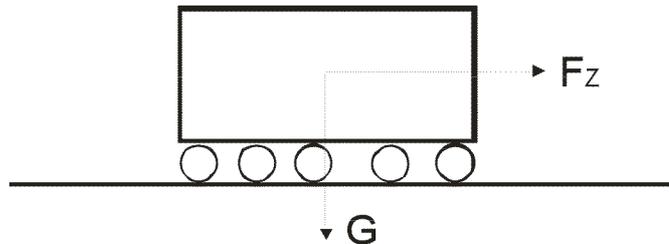
Entsprechend ist die **Gleitreibungskraft** die Kraft, die zur Erhaltung der gleichförmigen Bewegung des Körpers notwendig ist.

Durch die **Rollreibung** wird die gleichförmige Bewegung eines Körpers erhalten, der auf einem anderen abrollt.

Unterschied zwischen Gleit- und Rollreibung

Versuch

Um zwischen Gleit- und Rollreibung unterscheiden zu können, wird z.B. der Aluminiumklotz auf mehrere parallel zueinander ausgerichtete Rundstäbe (Holzstäbe) gelegt und die Kraft gemessen, bei der sich der Klotz gleichförmig bewegt.



Ergebnis

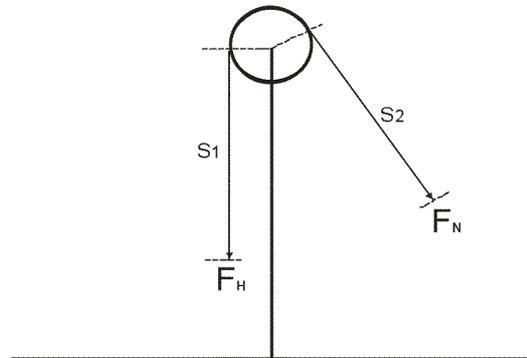
Die auftretende Rollreibungskraft ist sehr gering.
Die Gleitreibungskraft ist größer als die Rollreibungskraft.

In der Technik versucht man Reibungskräfte durch Schmierung oder Kugellager zu reduzieren. Bei Kugellagern vermindert man die Rollreibung durch Härtung der Flächen.

Kräfte und Wege am der festen Rolle
Zusammenhang zwischen Last und Kraft an der festen Rolle

Definition:

- F_H Last
- F_N Kraft
- s_1 Lastweg
- s_2 Kraftweg



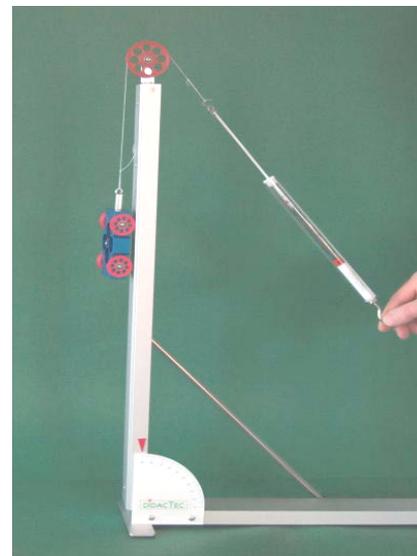
Versuchsaufbau

Versuch gem. Foto aufbauen.

Versuchsdurchführung

Mit dem Dynamometer nacheinander die Gewichtskraft bei Gewichtserhöhung der Last messen.

Dazu die beiliegenden Gewichte nacheinander in den Wagen einsetzen und das jeweilige Gewicht messen und in die Tabelle eintragen.



Tabelle

Last $\frac{F_H}{N}$	Kraft $\frac{F_N}{N}$

Ergebnis:

Das über eine Rolle geführte Seil überträgt Kräfte. Die Messwerte sind direkt proportional, da die Rolle durch Kugellagerung praktisch keine Reibung verursacht

An der festen Rolle sind Last und Kraft gleich groß: $F_H = F_N$.

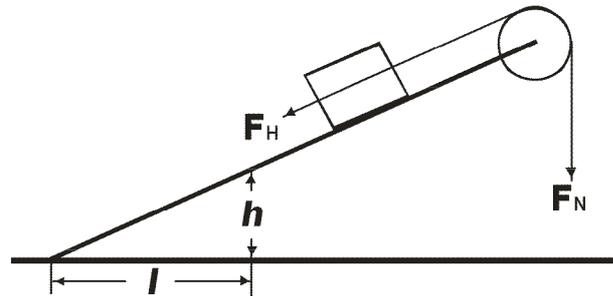
Es wird aber die Richtung der Kraft geändert.

Die Rolle hält die Seillängen zu beiden Seiten bei Gewichtserhöhung des Wagens immer im Gleichgewicht, d.h. gleich lang. Daher ist der Lastweg gleich dem Kraftweg: $s_1 = s_2$

Arbeit an der festen Rolle

Definition

- F_N Zugkraft
- F_H Hangabtriebskraft
- G Wagengewicht
- $\frac{h}{l}$ Steilheit
- W Arbeit



Berechnung der mechanischen Arbeit beim senkrechten Heben aus Versuch 3.1

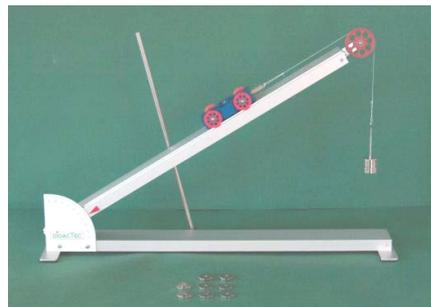
$W = \text{Kraft} \times \text{Weg}$

$W = F_H \cdot s_1 = F_N \cdot s_2$

$W = \frac{N}{m}$ bei 90° , also senkrechtem Heben.

Berechnung der mechanischen Arbeit an der schiefen Ebene

Einfache Maschine



Versuchsdurchführung

Gleichgewicht von Last und Kraft bei verschiedenen Winkeln der schiefen Ebene herstellen. Gemessene Werte in die Tabelle eintragen.

Tabelle

$\frac{G}{N}$	$\frac{Kraft_i}{N}$ bei 45°	$\frac{Kraft_i}{N}$ bei 30°

Ergebnis

Wie aus der Tabelle ersichtlich, wird der Kraftaufwand geringer, je kleiner die Steigung an der schiefen Ebene wird.

Vergleich der Arbeit beim senkrechten Heben mit der Arbeit an der schiefen Ebene

Vergleicht man nun die Arbeit beim **senkrechten Heben** mit der Arbeit an der **schiefen Ebene**, so erhält man folgendes Ergebnis:

Arbeit = Kraft · Weg

$$F_H = F_N \cdot \frac{h}{l}$$

$$W = F \cdot s \text{ also } F_H \cdot l = \frac{N}{m}$$

$$\text{Auf der schiefen Ebene} \quad W = \frac{N}{m}$$

$$\text{Beim senkrechten Heben} \quad W = \frac{N}{m}$$

Die Arbeit, die aufgewandt werden muss, eine Last auf gleiche Höhe zu heben, ist bei der schiefen Ebene genauso groß wie beim senkrechten Heben.

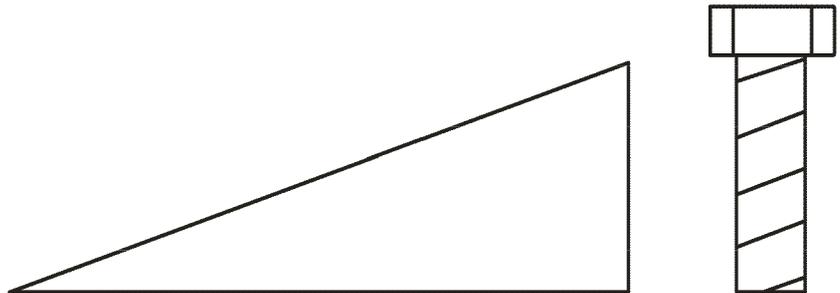
Will man die Last bei der schiefen Ebene auf die gleiche Höhe wie beim senkrechten Heben befördern, so muss man zwar eine geringere Kraft aufwenden, aber entsprechend längere Wege (Steigung) zurücklegen.

Man kann mit Hilfe der schiefen Ebene die Kraft bei gleichzeitiger Verlängerung des Weges verringern, nicht aber die Arbeit. Die geleistete Arbeit bleibt gleich.

Schraubenmodell

Das Gewinde einer Schraube entspricht technisch einer aufgewickelten schiefen Ebene. Ein Schraubengang stellt die Windungen dieser schiefen Ebene dar. Eine Skizze macht dies deutlich.

Dabei entspricht die Steigung der schiefen Ebene der Gewindesteigung.



Je kleiner die Gewindesteigung, desto flacher die Steigung der schiefen Ebene und umso geringer ist die benötigte Kraft, die Schraube ein- bzw. aus zu drehen.

Beim Anziehen der Schraube verkeilt sich das Schraubengewinde im Innengewinde, wobei auch bei leicht angezogener Schraube große Kräfte auftreten.

Zusätzlich wirken Reibungskräfte zwischen Schrauben- und Innengewinde. Deshalb ist eine Schraubverbindung so fest.